

🌀 Brevet Istanbul juin 1957 🌀

ALGÈBRE

1. Simplifier l'expression

$$A = \frac{-4x^2 + 12x - 9}{4x^2 - 9}.$$

2. Effectuer

$$B = (2x + 3)(5x - 2).$$

Calculer le produit $A^2 \times B$.

3. Calculer l'expression

$$y = \frac{66x - 34}{10x^2 + 11x - 6} - \frac{22x - 5}{4x^2 - 5}.$$

En déduire la valeur de y :

- a. pour $x = 7$;
- b. pour $x = -15$.

L'expression y est-elle définie pour toute valeur de x ?

GÉOMÉTRIE

Soient un axe fixe $x'Ox$ et, sur cet axe, les points B et C tels que $\overline{OB} = -\overline{OC} = +2$ (l'unité est le cm).

Un point A est variable, dans l'un des demi-plans limités par $x'Ox$. (Le candidat est invité à expliquer d'une façon précise et concise les constructions effectuées à l'aide de la règle et du compas.)

1. Quel est le lieu (L) du point A pour que l'angle \widehat{BAC} reste égal à 30° ?

Construire ce lieu.

Construire le triangle ABC dans le cas où $\widehat{ACB} = 30^\circ$.

Évaluer le rapport $\frac{AB}{AC}$.

2. Quand A décrit le lieu (L) :

- a. Montrer que la bissectrice intérieure de l'angle \widehat{A} du triangle ABC passe par un point fixe K.
- b. Sachant (à ne pas démontrer) que, si M est le point de rencontre de (BC) et de (AK), on a toujours

$$\frac{MB}{MC} = \frac{AB}{AC}.$$

étudier la variation du rapport $\frac{AB}{AC}$.

Construire A' tel que $\frac{A'B}{A'C} = \frac{3}{2}$.

c. Quel est le lieu du point A tel que $\widehat{BAC} = 30^\circ$ et

$$\frac{AC}{\sqrt{3}} < AB < AC\sqrt{3}.$$

3. Dans les conditions du 3. :

a. lieu du pied B' de la hauteur issue de B dans le triangle ABC; AH

b. construire le point A tel que $\frac{AH}{HO} = k$ (H étant le pied de la perpendiculaire menée de A à $x'Ox$ et k un rapport arithmétique donné).

Discuter.