Brevet d'Études du Premier Cycle juin 1959

Istanbul

ALGÈBRE

1. Simplifier les deux expressions suivantes

$$y_1 = \frac{1}{3 - \dfrac{3x}{x - \dfrac{1}{3}}}, \qquad y_2 = \frac{x^2 - \dfrac{1}{9}}{x + \dfrac{1}{3}}.$$

2. Trouver les coordonnées du point d'intersection des droites D_1 et D_2 représentant respectivement les variations des fonctions y_1 et y_2.

   Montrer que ces deux droites sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses.

3. On considère une droite variable Δ dont l'équation est $y = mx$ (m est un paramètre).

   a. Par quel point fixe passe cette droite quand on donne à m différentes valeurs ?

   b. Quelles sont, en fonction de m, les coordonnées des points d'intersection de Δ avec D_1 d'une part, avec D_2 d'autre part.

   c. Calculer x quand Δ est parallèle à D_1 puis quand Δ est parallèle à D_2.

GÉOMÉTRIE

Un cercle $(\mathscr{C})$, de centre O, et un cercle $(\mathscr{C}')$, de centre O$'$, sont tangents extérieurement en un point A.

Une tangente commune extérieure, tangente à $(\mathscr{C})$ en un point T et tangente à $(\mathscr{C}')$ en un point T$'$, coupe la droite des centres (OO$'$) en un point B.

La tangente commune intérieure en A à $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$coupe la droite (TT') en un point M.

1. Montrer que TT$'$ = 2 MA.

   Nature du quadrilatère TT$'$O$'$O.

2. Montrer que le triangle OMO$'$ est rectangle en M et que la droite (TT') est tangente en M au cercle de diamètre [OO$'$].

3. Comparer les triangles BMO$'$ et BOM.

   En déduire que

$$\text{BM}^2 = \text{BO} \cdot \text{BO}'.$$

4. Par le point fixe B on mène une demi-droite variable qui coupe le cercle $(\mathscr{C})$ en deux points, E el F, et le cercle $(\mathscr{C}')$ en deux points, E$'$ et F$'$.

   Quels sont les lieux géométriques du milieu D de [EF] et du milieu D$'$ de [E$'$F$'$] ?