Brevet des collèges Istanbul juin 1972

Mathématiques traditionnelles

ALGÈBRE

1. Mettre sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré les expressions algébriques suivantes :

$$\begin{aligned} A(x) &= (7-2x)(x+5)-(21-6x)(2x-1) \quad \text{et} \\ B(x) &= 4x^2-49. \end{aligned}$$

2. La fraction $F(x)$ peut être écrite sous une forme simplifiée, $F'(x)$.

a. Donner l'expression de $F'(x)$.
b. Les fractions $F(x)$ et $F'(x)$ sont-elles équivalentes pour toutes les valeurs de x ?
c. Pour quelle valeur de x la fraction $F(x)$ est-elle nulle ?
d. Pour quelle valeur de x la fraction $F(x)$ n'est-elle pas définie ?
e. Pour quelle valeur de x la fraction $F'(x)$ est-elle égale à 1 ?
f. Calculer $F'(x)$ pour $x = \sqrt{7}$.
On donnera
i. la valeur exacte de $F'(x)$ avec un dénominateur rationnel,
ii. sa valeur approchée à un centième près.

GÉOMÉTRIE

On donne, sur une droite, les points P, A et B dans cet ordre, tels que PA = AB = $2R$, et l'on trace l'un des demi-cercles de diamètre [AB] (soit O son centre) et la tangente (PC) à ce demi-cercle, issue de P et touchant le demi-cercle en C.

1. Calculer la longueur de [PC], en fonction de R.

2. En A et en B on mène les demi-droites Ax et By perpendiculaires à (AB) et situées du même côté de (AB) que le demi-cercle. La droite (PC) coupe Ax, en D et By en E.
Démontrer que le quadrilatère (OCEB) est inscriptible.
En déduire que l'on a

$$\text{PC} \cdot \text{PE} = 12R^2,$$

puis calculer la longueur de [PE] en fonction de R.

3. Prouver que le triangle (DOE) est rectangle.
En déduire que l'on a

$$\text{AD} \cdot \text{BE} = R^2.$$

4. Démontrer que les triangles (PDO) et (POE) sont semblables.
En déduire la relation,

$$\text{PO}^2 = \text{PD} \cdot \text{PE}.$$

Montrer alors que (PO) est tangente au cercle circonscrit au triangle (DOE).