∽ Brevet La Réunion juin 1957 ∾

ALGÈBRE

Deux amis habitent deux localités A et B distantes de 120 km.
Ils se donnent rendez-vous à un point M de la route AB (supposée en ligne droite) situé entre A et B et tel que AM = x (en km).
Ils s'y rendent en automobile. La voiture du premier (A) consomme 5 litres d'essence aux 100 km ; celle du deuxième (B) consomme 10 litres d'essence aux 100 km.

1. Exprimer en fonction de x les quantités d'essence nécessaires à chacun des deux amis pour se rendre au point M.
2. Comment doit être choisi le point M pour que les quantités d'essence nécessaire à chacun d'eux soient égales ?
3. Déterminer x pour que la consommation totale d'essence faite par les deux amis soit égale à 7,5 litres.
4. Représenter sur un même graphique les quantités y et y' d'essence calculées dans la question 1.

   Déterminer alors graphiquement le résultat de la question 2.

   Interpréter graphiquement le résultat de la question 3.

   Pour la représentation graphique, prendre 1 cm = 20 km sur l'axe des abscisses et

   1 cm = 2 litres d'essence sur l'axe des ordonnées.

   L'origine des distances est la localité A.

GÉOMÉTRIE

Dans un cercle de centre O et de rayon R, on mène deux diamètres perpendiculaires, [AB] et [CD].
Une corde issue de A coupe le segment [CD] en P et le cercle en M.

1. Calculer en degrés la valeur de l'angle $\widehat{\text{AMB}}$.

   En conclure que le quadrilatère OPMB est inscriptible dans un cercle, dont on précisera la position du centre I.
2. Comment varie le point I lorsque le point P décrit le diamètre [CD] ?
3. Démontrer qua les triangles ABM et AOP sont semblables.

   Établir leur rapport de similitude et en déduire la valeur du produit AP $\cdot$AM en fonction de R.
4. On suppose que l'angle $\widehat{\text{BAM}} = 30°$.

   Calculer la longueurs des segments [BM], [AM], [OP] et [AP] en fonction de R.