

## ∞ Brevet des collèges Laos juin 1973 ∞

### Algèbre

On considère les fonctions polynômes,  $f$  et  $g$ , de  $\mathbf{R}$  dans  $\mathbf{R}$ , définies par et

$$\begin{aligned} f(x) &= (x+1)(2x-3) + (x^2-1) \text{ et} \\ g(x) &= 9x^2 - 24x + 16. \end{aligned}$$

1. Calculer  $f(-1)$ ,  $g(-2 + \sqrt{3})$ ,  $f\left(\frac{5}{2}\right)$  et  $g\left(\frac{5}{2}\right)$ .

Peut-on en déduire, sans autre calcul, une solution de l'équation  $f(x) - g(x) = 0$ ?

2. Factoriser les polynômes  $f(x)$  et  $g(x)$ .  
3. Soit la fonction rationnelle  $h$  de  $\mathbf{R}$  dans  $\mathbf{R}$  définie par

$$h(x) = \frac{(x+1)(3x-4)}{(3x-4)^2}.$$

- a. Quel est l'ensemble de définition de cette fonction  $h$ ?  
b. Simplifier  $h(x)$ .  
4. Résoudre, successivement dans  $\mathbb{N}$ , dans  $\mathbb{Z}$ , puis dans  $\mathbf{R}$ , l'équation

$$(x+1)(3x-4) = 0.$$

**N. B.** - Toutes les questions sont indépendantes.

### Géométrie

Le plan est rapporté à un repère orthonormé  $(A, \vec{i}, \vec{j})$ .

On donne les points B et C de coordonnées respectives (1; 2) et (5; 0).

1. Construire le point D tel que

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}.$$

Quelle est la nature de (A, B, C, D)?

Quelles sont les coordonnées du milieu I de [BD]?

2. Montrer que les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.  
3. Calculer, en degrés, avec la précision permise par les tables trigonométriques, l'écart angulaire des deux demi-droites [AC) et [AB).  
4. On considère le cercle  $(\gamma)$  de diamètre [AB] et le cercle  $(\gamma')$  de centre B et de rayon [BA].  
Préciser la position de ces cercles et de la droite (DA).  
Le cercle  $(\gamma)$  recoupe la droite (AC) en H et le cercle  $(\gamma')$  recoupe la droite (AC) en K.  
Montrer que K est le symétrique de A par rapport à H.  
Déterminer les coordonnées du point H, puis celles du point K.  
5. Comparer  $\overline{CH} \cdot \overline{CA}$  et  $CB^2$ , puis  $\overline{CK} \cdot \overline{CA}$  et  $CB^2 - BA^2$ .