Brevet des collèges Laos septembre 1973

ALGÈBRE

1. On considère les polynômes suivants :

$$\begin{aligned} A(x) &= \frac{1}{4}(x+3)(5x+9)-\left(\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}\right)^2 \text{ et}\\ B(x) &= \frac{1}{4}x^2-\frac{9}{4}. \end{aligned}$$

Les écrire sous forme de produits de facteurs du premier degré.

2. Soit la fonction rationnelle, F, de **R** dans **R** définie par

$$F(x)=\frac{A(x)}{B(x)}.$$

a. Préciser l'ensemble de définition, $\mathcal{D}$, de F.

b. Écrire sous une forme plus simple $F(x)$ sachant que x appartient à $\mathcal{D}$.

3. **a.** Déterminer $h=g\circ f$ sachant que f et g sont des applications de **R** dans **R** définies par

$$f(x)=2x+3 \quad \text{et} \quad g(x)=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}.$$

b. Soit (D_1), (D_2) et (D_3), les droites représentatives des variations de f, g et h par rapport à un même système d'axes orthonormés.

Montrer que (D_1), (D_2) et (D_3) sont concourantes en un même point I, dont on déterminera les coordonnées $\left(x_0\ ;\ y_0\right)$.

Trouver, sans calcul, l'image de x_0 par F (application définie au 2.).

N. B. - La question 3. est indépendante des deux premières questions.

GÉOMÉTRIE

Dans le plan euclidien muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on considère les points I, J, A, B, C et D définis par

$$\overrightarrow{\text{OI}}=\vec{\imath}, \quad \overrightarrow{\text{OJ}}=\vec{\jmath}, \quad \overrightarrow{\text{OA}}=4\vec{\imath}+3\vec{\jmath}, \quad \overrightarrow{\text{OB}}=2\vec{\imath}+7\vec{\jmath}, \quad \overrightarrow{\text{OC}}=-2\vec{\imath} \text{ et } \overrightarrow{\text{OD}}=-4\vec{\jmath}.$$

1. Placer ces six points dans le plan (on prendra comme unité 1 cm).

2. Quelle est la nature du quadruplet (A, B, C. D) ?

Trouver les coordonnées de son centre, M.

3. Démontrer que le triangle (A, B, C) est rectangle en A.

Calculer, en degrés, avec la précision permise par les tables trigonométriques, l'écart angulaire des deux demi-droites [BA) et [BC).

4. Soit E la projection orthogonale du point D sur la droite (AB).
   Comparer $\overrightarrow{\text{CM}}$ et $\overrightarrow{\text{DE}}$.
5. La perpendiculaire à (OI) passant par B coupe (AC) en G.
   Montrer que G appartient à deux médianes du triangle (A, B, D).
   Montrer que G appartient aussi à deux médianes du triangle (B, C, E).