

∞ Brevet d'Études du Premier Cycle juin 1956 ∞

**Liban**

**ALGÈBRE**

Un groupe de voyageurs comprenant 30 grandes personnes et 20 enfants désire entreprendre un voyage en avion.

Une compagnie de navigation aérienne met à leur disposition un avion de 50 places au prix total de 28 000 livres.

Le responsable chargé de répartir cette dépense entre les 50 voyageurs, fixe un prix de billet pour grande personne et un prix de billet pour enfant.

On désignera les deux prix en question par  $x$  et  $y$ .

Certaines familles comprenant plusieurs enfants s'estiment défavorisées.

On propose alors d'augmenter de  $1/6$  le prix du billet pour grande personne et de diminuer de  $3/10$  le prix du billet pour enfant ; cela ne change rien au prix total du voyage, qui reste égal à 28 000 livres.

Cette proposition est acceptée.

1. Quels étaient les prix de  $x$  et  $y$  primitivement proposés ?
2. Considérer le cas d'une famille comprenant le père, la mère et  $n$  enfants.  
Quelle doit être la valeur minimum de  $n$  pour que la solution finalement adoptée soit plus favorable que la solution primitive ? (La solution la plus favorable étant celle qui entraîne la dépense la plus faible.)

**GÉOMÉTRIE**

On donne trois points A, B et C, alignés dans cet ordre sur une droite  $xy$ , que l'on choisira horizontale.

On pose  $AB = m$  et  $BC = n$ .

$Bb$  est la demi-droite perpendiculaire en B à  $xy$  et située au-dessous de  $xy$ .

$Cc$  est la demi-droite perpendiculaire en C à  $xy$  et située au-dessus de  $xy$ .

Par A, on trace une droite qui coupe  $Bb$  en M.

La perpendiculaire à (AM) passant par A coupe  $Cc$  en N.

1. Démontrer que les triangles ABM et ACN sont semblables.
2. En déduire la valeur du produit  $BM \times CN$  en fonction de  $m$  et  $n$ .
3. Soit P le pied de la perpendiculaire menée de A sur (MN).  
Montrer que les quadrilatères ABPM et APCN sont inscriptibles.
4. En déduire que l'angle  $\widehat{BPC}$  est droit et trouver le lieu de P quand l'angle droit  $\widehat{MAN}$  tourne autour de A.