☙ Brevet Élémentaire du Premier Cycle ❧
Liban juin 1969

ALGÈBRE

I. - On donne les équations suivantes :

$$\left\{\begin{array}{lrcl}(1) & 2x+y+1 & = & 0,\\(2) & x-2y+8 & = & 0.\\(3) & 7x-4y-4 & = & 0.\end{array}\right.$$

À ces équations correspondent respectivement, dans un repère orthonormé, des droites, (D_1), (D_2), , (D_3).
Elles se coupent en
A, intersection de (D_1) et (D_2),
B, intersection de (D_2) et (D_3),
C, intersection de (D_2) et (D_1).

1. Déterminer par le calcul les coordonnées de points A, B et C.
2. Calculer les côtés du triangle ABC.
3. Justifier, si possible de deux manières, la particularité géométrique intéressante que présente le triangle ABC.

II.

1. Décomposer l'expression

$$E(x)=\left(x^2+z^2-y^2\right)^2-4x^2z^2$$

en un produit de deux facteurs.
2. Décomposer maintenant chacun des facteurs précédents en un produit de deux nouveaux facteurs, de manière à obtenir $E(x)$ sous la forme d'un produit de quatre facteurs du premier degré.
3. En utilisant le résultat obtenu en 2., montrer que les trois expressions suivantes sont identiques :
$(x^2+z^2-y^2)^2-4x^2z^2$;
$\left(z^2+y^2-x^2\right)^2-4z^2y^2$;
$\left(y^2+x^2-z^2\right)^2-4y^2x^2$.

GÉOMÉTRIE

Soit (C) un demi-cercle, de centre O, de diamètre [AB] tel que AB = 6, [Bz) la tangente en B à (C) tracée du même côté que (C) par rapport à (AB).
On prend sur [Bz) un point M quelconque et l'on trace le demi-cercle (S) de diamètre [BM] (dont le centre est désigné par I).
Soit D le point d'intersection de (C) et (S).

1. Montrer que A, D et M sont en ligne droite.
2. Que peut-on dire des droites (DO) et (DI) ?

3. Une droite quelconque issue de I coupe (C) en E et F ; montrer que

$$\mathrm{IE} \cdot \mathrm{IF} = \mathrm{IB}^2.$$

4. Sachant que $\widehat{\mathrm{DAB}} = 30°$, calculer la longueur des segments [IM] et [DM].

5. Maintenant, on ne sait rien sur $\widehat{\mathrm{DAB}}$, mais on donne $\mathrm{AD} = 4,8$.
Calculer la longueur des segments [DB] et [BM], ainsi que le sinus de l'angle $\widehat{\mathrm{DAB}}$.