

## ~ Brevet des collèges Liban juin 1974 ~

### ALGÈBRE

On considère les fonctions,  $f$  et  $g$ , dans  $\mathbf{R}$  défini par

$$f(x) = (4x + 5)^2 - (2x + 8)^2 \text{ et} \\ g(x) = (2x - 3)(1 - 3x) - 4x^2 + 12x - 9.$$

1. Mettre  $f(x)$  et  $g(x)$  sous forme de produits facteurs du premier degré.
2. On considère la fonction rationnelle,  $F$ , définie dans  $\mathbf{R}$ , par

$$F(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

Sur quel ensemble,  $\mathcal{D}$ , cette fonction est-elle définie?

On appellera  $G(x)$  la fonction  $F(x)$  simplifiée.

Sur quel ensemble,  $\mathcal{D}'$ , la fonction  $G(x)$  est-elle définie?

3.  $U$  et  $V$  désignent les ensembles suivants :

$$U = \{x | x \in \mathbf{R}, 6x + 13 \geq 0\} \text{ et} \\ V = \{x | x \in \mathbf{R}, 4 - 5x > 0\}.$$

Écrire  $U \cap V$  sous forme d'intervalle de  $\mathbf{R}$ .

Quel est le signe de  $G(x)$  pour  $x$  appartenant à  $U \cap V$ ?

En déduire les valeurs de  $x$  pour lesquelles  $G(x)$  sera de signe négatif.

4. Quelles sont les valeurs de  $x$  pour lesquelles la fonction rationnelle  $-2G(x)$  prendra des valeurs strictement négatives?

### GÉOMÉTRIE

Dans un plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on donne les points

$$A(1; 6), \quad B(-3; -2) \text{ et } C(5; -2).$$

1. Calculer  $\|\vec{AB}\|$ ,  $\|\vec{AC}\|$  et  $\|\vec{BC}\|$ .  
Que peut-on dire du triangle (ABC)?
2. Soit  $B'(\frac{17}{5}; \frac{6}{5})$  un point de la droite (AC).  
Montrer que les droites  $(AB')$  et  $(BB')$  sont perpendiculaires.
3. Le point  $A'$ , milieu du segment [BC], se projette orthogonalement en D sur (AC).  
Quelles sont les coordonnées de D?
4. On considère l'application du plan dans le plan qui du point  $M(x; y)$  donne une image  $M'(x'; y')$ , telle que (AN) soit la médiatrice du segment  $[M, M']$ , c'est-à-dire la symétrie par rapport à  $(AA')$ .  
On désigne par  $C'$  et E les images respectives de  $B'$  et de D.  
Montrer qu'il existe un réel  $k$  tel que  $\vec{B'C'} = k\vec{DE}$ .  
Calculer  $k$ .