

~ Brevet des collèges Liban juin 1974 ~

ALGÈBRE

On considère les fonctions, f et g , dans \mathbf{R} défini par

$$f(x) = (4x + 5)^2 - (2x + 8)^2 \text{ et} \\ g(x) = (2x - 3)(1 - 3x) - 4x^2 + 12x - 9.$$

1. Mettre $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits facteurs du premier degré.
2. On considère la fonction rationnelle, F , définie dans \mathbf{R} , par

$$F(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

Sur quel ensemble, \mathcal{D} , cette fonction est-elle définie?
On appellera $G(x)$ la fonction $F(x)$ simplifiée.
Sur quel ensemble, \mathcal{D}' , la fonction $G(x)$ est-elle définie?

3. U et V désignent les ensembles suivants :

$$U = \{x | x \in \mathbf{R}, 6x + 13 \geq 0\} \text{ et} \\ V = \{x | x \in \mathbf{R}, 4 - 5x > 0\}.$$

Écrire $U \cap V$ sous forme d'intervalle de \mathbf{R} .

Quel est le signe de $G(x)$ pour x appartenant à $U \cap V$?

En déduire les valeurs de x pour lesquelles $G(x)$ sera de signe négatif.

4. Quelles sont les valeurs de x pour lesquelles la fonction rationnelle $-2G(x)$ prendra des valeurs strictement négatives?

GÉOMÉTRIE

Dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne les points

$$A(1; 6), \quad B(-3; -2) \text{ et } C(5; -2).$$

1. Calculer $\|\vec{AB}\|$, $\|\vec{AC}\|$ et $\|\vec{BC}\|$.
Que peut-on dire du triangle (ABC)?
2. Soit $B'(\frac{17}{5}; \frac{6}{5})$ un point de la droite (AC).
Montrer que les droites (AB') et (BB') sont perpendiculaires.
3. Le point A' , milieu du segment [BC], se projette orthogonalement en D sur (AC).
Quelles sont les coordonnées de D?
4. On considère l'application du plan dans le plan qui du point $M(x; y)$ donne une image $M'(x'; y')$, telle que (AN) soit la médiatrice du segment $[M, M']$, c'est-à-dire la symétrie par rapport à (AA') .
On désigne par C' et E les images respectives de B' et de D.
Montrer qu'il existe un réel k tel que $\vec{B'C'} = k\vec{DE}$.
Calculer k .