Brevet des collèges Liban et Syrie septembre 1952

ALGÈBRE

Un triangle ABC a pour base BC = a et pour hauteur correspondante AH = h.
Sur [AH] on considère un point I variable (AI = x) par lequel on mène la parallèle à (BC), qui coupe [AB] en M et [AC] en N ; on complète le rectangle MNPQ dont les sommets P et Q sont sur [BC].

1. Calculer en fonction de x le périmètre y du rectangle.
Entre quelles limites varie ce périmètre quand x varie de 0 à h ?
On donne $h > a$.

2. Représenter graphiquement les variations de y en fonction de x.
Étudier le cas particulier où $a = h$.

3. Déterminer x pour que le rectangle soit un carré.
Construire la figure correspondante dans le cas où

$$h = 2a.$$

GÉOMÉTRIE

On donne un segment [AB] tel que AB = $2a$, de milieu I et l'on trace le demi-cercle $\mathscr{C}$ de diamètre [AB].
Soit M un point variable de ce demi-cercle $\mathscr{C}$.

1. Construire les cercles $\mathscr{O}$ et $\mathscr{O}'$, de centres O et O$'$, tangents à (AB) le premier en A, le second en B et passant touts les deux par M.
Montrer qu'ils sont tangents entre eux en M.
Quelle est leur tangente commune en ce point ?

2. Construire le point M, sachant que l'un des cercles a un rayon double de l'autre.

3. Montrer que le produit des rayons des deux cercles est constant.
Construire la figure si l'on suppose maintenant connue la somme p de ces deux rayons.
On pourra donner soit une solution algébrique soit une solution géométrique de cette dernière question.