

∞ Brevet des collèges Lille juin 1952 ∞

ALGÈBRE

On considère l'expression

$$P = 4x^2 - 4x + 1 - 2x(2x - 1) + 18x^3 - 9x^2.$$

1. Montrer qu'on peut mettre $2x - 1$ en facteur.
En déduire les racines de l'équation $P = 0$.
2. Montrer qu'on peut mettre de deux façons différentes P sous la forme

$$P = (2x - 1)y'y'',$$

y' et y'' étant deux fonctions du premier degré en x à coefficients entiers.

3. On obtient donc les deux formes

$$P = (2x - 1)y'y'' \quad \text{et} \quad P = (2x - 1)y'_1 y''_1.$$

Dessiner sur le même graphique les quatre droites représentant les variations des quatre fonctions y' , $y'y''$ et y'_1 .

GÉOMÉTRIE

Soit un triangle équilatéral ABC inscrit dans un cercle.

On prend sur le petit arc \widehat{BC} un point M; on trace [MA], qui coupe (BC) en D.

Soit E le point pris sur [MA] tel que $\widehat{MBE} = 60^\circ$.

1. Étudier le triangle MBE.
Lieu de E quand M décrit le petit arc \widehat{BC} .
2. Comparer les triangles BEA et BMC.
En déduire que $MA = MB + MC$.
3. Démontrer que

$$MB \times MC = MD \times MA.$$

Pour quelle position de M a-t-on

$$\overline{MB}^2 = MD \times MA.$$

Quelle est alors la position de E?