A. P. M. E. P.

Brevet des collèges Lille juin 1955
Enseignement long et enseignement court

ALGÈBRE

On considère les deux expressions .algébrique y_1 et y_2 :

$$\begin{aligned} y_1 &= (2x+1)^2+\frac{1}{x}+x^2+\sqrt{2x+1}, \\ y_2 &= \sqrt{2x+1}+(3x+2)^2+\frac{1}{x}-9x^2+2x-3. \end{aligned}$$

1. Comment faut-il choisir la valeur numérique de x pour qu'on puisse calculer les valeurs correspondantes des deux expressions ?
2. Existe-t-il des valeurs de x pour lesquelles les deux expressions y_1 et y_2 prennent la même valeur numérique ?
3. On imagine que, pour chaque valeur acceptable de la variable x, on calcule la valeur de y_1 puis celle de y_2 qu'on retranche cette dernière valeur de la précédente et qu'on divise la différence par la valeur donnée à x.

   Le nombre ainsi obtenu dépend de la valeur de x.

   Étudier sa variation lorsque x prend toute les valeurs possibles.

   Représenter graphiquement cette variation en utilisant un système d'axes de coordonnées rectangulaires $x'\mathrm{O}x$, $y'\mathrm{O}y$.

   Déduire du graphique l'ensemble des valeurs de x pour chacune desquelles l'expression y_1 prend une valeur numérique supérieure à celle prise par y_2.

GÉOMÉTRIE

On donne un cercle $\mathscr{C}$ de centre O ayant 8 cm de diamètre et une corde, [AB], de ce cercle ayant pour longueur $4\sqrt{3}$ cm.
Les tangentes au cercle $\mathscr{C}$ en A et en B ont un point commun, S.
On joint le centre du cercle à un point, P, de la corde [AB].
La perpendiculaire à (OP) passant par P coupe la tangente (AS) au point C et la tangente (BS) au point D.

1. Démontrer que les quadrilatères OBDP et OACP sont inscriptibles.
2. Déterminer la valeur en degrés de chacun des angles des triangles AOB et COD.
3. Dans le cas où PB = 3PA, calculer à 1 mm pris les longueurs OP, PC, PD, OC, OD.
4. Prouver que le cercle circonscrit au triangle SCD passe par le point O.