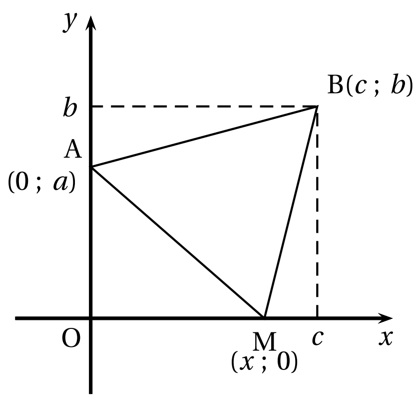
Brevet Lille juin 1957

ALGÈBRE

Soient un point A d'abscisse zéro et d'ordonnée a positive et un point B d'abscisse c positive et d'ordonnée b positive telle que $b \geqslant a$.
Sur Ox on prend un point M tel que l'abscisse de M réponde à la condition $0 < x < c$.



1. Établir que l'aire y du triangle AMB peut s'écrire

$$(1) \quad y = \frac{ac}{2} + \frac{b-a}{2}x.$$

2. Représenter graphiquement les variations de y quand $a = 1$, $b = 3$, $c = 2$.
3. Dans l'expression (1) on fait $a = b$. Que devient y ?
   Expliquer ce résultat.
   Pouvait-on le prévoir ?
4. L'aire y du triangle est-elle encore représentée par la formule (1) si l'abscisse x de M répond à la condition $x > c$?

GÉOMÉTRIE

On considère un carré ABOC et l'on trace à son intérieur un arc de cercle de centre O, de rayon égal au côté du cané et limité aux sommets B et C.
D'un point M de cet arc on abaisse les perpendiculaires MC′, MB′, MA′ respectivement sur les côtés [AB], [AC] et la diagonale [BC] du carré.

1. Évaluer les angles $\widehat{\text{A}'\text{MB}'}$ et $\widehat{\text{A}'\text{MC}'}$.
2. Montrer que les quatre points A′, C, B′, M d'une part, A′, B, C′, M d'autre part sont situés sur un même cercle.
3. Comparer les angles $\widehat{\text{MB}'\text{A}'}$, $\widehat{\text{MCA}'}$, $\widehat{\text{MBC}'}$, $\widehat{\text{MA}'\text{C}'}$.
4. Démontrer la relation

$$\text{MA}'^2 = \text{MB}' \times \text{MC}'.$$