Brevet des collèges Lille[1] juin 1965

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

Soit les deux expressions

$$\begin{aligned} A(x) &= 7x^2-7x-(2x-2)(3x-4),\\ B(x) &= -x^2+64. \end{aligned}$$

1. Décomposer ces deux expressions A(x) et B(x) en produits de facteurs du premier degré.
2. Simplifier la fraction $\dfrac{A(x)}{B(x)}$ et calculer la valeur de x pour laquelle elle est égale à 1.
3. Soit deux axes $x'\text{O}x$ et $y'\text{O}y$ perpendiculaires ; l'unité de longueur est le centimètre ; on considère les deux droites (D_1) et (D_2) représentant respectivement les deux fonctions suivantes de x :

   $$y_1 = x-1 \qquad \text{et} \qquad y_2 = -x+8.$$

   Donner les coordonnées de leur point d'intersection, I.

   Peut-on faire une vérification de la réponse obtenue à la question 2. ?
4. La droite (D_1) coupe $x'\text{O}x$ en E et $y'\text{O}y$ en F.

   La droite (D_2) coupe $x'\text{O}x$ en E$'$ et $y'\text{O}y$ en F$'$.

   Démontrer que E est l'orthocentre du triangle FF$'$E$'$.

   Donner les équations des droites (EF$'$) et (E$'$F).

GÉOMÉTRIE

1. Soit deux points, A et B, tels que AB = 8 cm, et le point C de la droite (AB), extérieur au segment [AB], tel que $\dfrac{\text{CA}}{\text{CB}} = 3$.

   Calculer la longueur BC.
2. On mène par C la perpendiculaire (D) à AB.

   Une sécante variable issue de A coupe le cercle de diamètre [AB] en I et la droite (D) en J.

   O étant le milieu de [AB], la droite (OI) et la perpendiculaire en J à la droite (D) se coupent en O$'$.

   Démontrer que O$'$ est le centre d'un cercle (C') tangent en I au cercle de diamètre [AB] et tangent en J à la droite (D).
3. Démontrer que, lorsque la sécante (AI) pivote autour du point A, le produit $\overline{\text{AI}}\cdot\overline{\text{AJ}}$ garde une valeur constante, que l'on indiquera.
4. On suppose que l'angle $\widehat{\text{CAI}}$ mesure 30°.

   Calculer, dans ce cas, les longueurs des segments [AI], [AJ], [IJ], puis le rayon, R', du cercle (C').

1. Copenhague