Brevet des collèges Lille juin 1970

ALGÈBRE

Dans un triangle isocèle ABC, la base [BC] mesure 6 cm et la hauteur [AH] mesure <4 cm.
Par un point I du segment AH, on trace la parallèle à (BC), qui coupe les côtés [AB] et [AC] respectivement en M et N.

1. Calculer AB.
Exprimer les rapports $\dfrac{\text{MN}}{\text{BC}}$, $\dfrac{\text{BM}}{\text{BA}}$ et le demi-périmètre, p, du trapèze BMNC en fonction de HI $= x$.
Calculer x de manière que $p = 7,2$ cm.

2. Représenter graphiquement la variation de la fonction

$$= \frac{x}{2} + 6.$$

Déterminer graphiquement les valeurs de x pour lesquelles y prend successivement chacune des valeurs suivantes :

$$1{,}5\,; \quad 7{,}2\,; \quad 6{,}7 \quad \text{et} \quad 9.$$

À chacune des valeurs de x ainsi trouvées peut-on faire correspondre un point, I, du segment [AH] ?
Si cela est possible, quelle est la valeur du demi-périmètre du trapèze BMNC construit à partir de ce point I ?

GÉOMÉTRIE

On donne un segment de droite [AB] et, sur ce segment, un point M ; on pose MA $= a$ et MB $= b\,(a < b)$.
On construit, du même côté de [AB], les triangles MAC et MBD rectangles en A et B et, de plus, isocèles. Les droites (AD) et (BC) se coupent en I.

1. Comparer les rapports $\dfrac{\text{IC}}{\text{IB}}$, $\dfrac{\text{AC}}{\text{BD}}$ et $\dfrac{\text{MA}}{\text{MB}}$.
En déduire que (MI) est parallèle à (AC).

2. Établir la relation MI $\cdot$ AB = MA $\cdot$ MB.
Calculer l'aire du triangle ABI en fonction de a et de b.

3. La droite (MI) rencontre (CD) en K.
Montrer que I est le milieu de [MK].

4. Dans le cas particulier où $b = 2a$, on appelle P le point d'intersection des droites (AB) et (CD).
Montrer que I est le centre de gravité du triangle BDP el calculer les longueurs des côtés de ce triangle en fonction de a.