

∞ Brevet des collèges Lille juin 1974 ∞

ALGÈBRE

On appelle

P le polynôme de \mathbf{R} vers \mathbf{R} :

$$x \mapsto P(x) = (x - 1)^2 - 4,$$

Q le polynôme de \mathbf{R} vers \mathbf{R} :

$$x \mapsto Q(x) = (x - 2)(x + 3) + x + 7.$$

1. Transformer $P(x)$ en un produit de deux facteurs du premier degré.
2. Développer $Q(x)$.
Mettre ensuite le résultat sous forme d'un produit de facteurs.
3. Soit maintenant f la fonction rationnelle de \mathbf{R} vers \mathbf{R}

$$x \mapsto f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}.$$

Donner son ensemble de définition. Simplifier l'expression de $f(x)$.

4. Calculer $f\left(\frac{1}{2}\right)$.
5. Déterminer dans \mathbf{R} l'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 2$.
6. Dans le plan rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) la droite (D) d'équation

$$y = x - 3.$$

Placer les points $A(0; 2)$ et $B(-2; -2)$.

Déterminer l'équation de la droite (Δ) qui les points A et B .

Comment peut-on interpréter graphiquement le résultat de la question 5.?

GÉOMÉTRIE

Dans le plan rapporté au repère orthonormé on considère les points

$$A(0; 5), \quad B(-3; 4), \quad C(3; -4) \quad \text{et} \quad D(6; -3)$$

1. Démontrer que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ et que O est le milieu du segment $[BC]$.
2. Le point N étant le milieu du segment $[AD]$, démontrer que le quadruplet (O, A, N, C) est un parallélogramme.
Calculer les distances $d(O, A)$ et $d(O, C)$.
En déduire la nature précise du quadruplet (O, A, N, C) .
Reconnaître (en justifiant la réponse) la droite médiatrice de $[AC]$.

3. Démontrer que le triangle (A, B, C) est rectangle en A.

Calculer le sinus de l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{ACB} .

(On prendra 3,16 pour valeur approchée de $\sqrt{10}$.)

Soit G le point tel que $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA}$.

Donner les coordonnées de G dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Démontrer que les points B, G et D sont alignés.