Brevet des collèges Lille septembre 1952

ALGÈBRE

On représente par $2p$ la mesure en mètres du périmètre d'un triangle ABC dont les côtés, que l'on suppose inégaux, sont $a,\ b,\ c\ (a > b > c)$.
On précise que :

- un triangle équilatéral de côté c aurait un périmètre inférieur de 5 m à celui de ABC ;
- un triangle équilatéral de côté a aurait un périmètre supérieur de 6 m à celui de ABC.

1. Calculer a, b, c en fonction de p.

2. Appliquer les résultats obtenus dans les cas suivants :

$$p = 7\text{ m},\quad p = 6\text{ m},\quad p = 5\text{ m}.$$

Sont-ils valables dans tous les cas ?

3. Quelle est la plus petite valeur qu'on peut attribuer à p pour que le triangle ABC existe ?

GÉOMÉTRIE

On donne un triangle isocèle ABC où AB = AC.
On prolonge [AB] et [AC] respectivement en Am et An au delà de A et l'on mène les bissectrices intérieures Ax et Ay des angles $\widehat{\text{BA}n}$ et $\widehat{\text{CA}m}$.

1. Que peut-on dire des demi-droites Ax, Ay et de la droite (BC) ?

2. On prend sur Ax un point P et sur Ay un point Q tels que

$$\text{AP} \times \text{AQ} = \overline{\text{AB}}^2.$$

Comparer les triangles ABP, AQC et PQR, R étant l'intersection des droites (BP) et (CQ).
Établir la relation qui existe entre l'angle $\widehat{\text{BAC}}$ et $\widehat{\text{PRQ}}$.

3. Trouver le lieu de R quand P et Q décrivent respectivement Ax et Ay dans les conditions prévues au 2.
On dessinera ce lieu très exactement.