Brevet d'Études du Premier Cycle
Lille septembre 1954

ALGÈBRE

1. Simplifier la fraction rationnelle
$$A = \frac{4x^2-9}{4x^2+12x+9}.$$
2. La fraction A' obtenue peut-elle être égale à 1 ?
Justifier la réponse sans calculs.
Que se passe-t-il quand x prend la valeur $-\frac{3}{2}$?
3. Trouver la valeur numérique de A' pour $x = \sqrt{3}$; donner le résultat sous forme de fraction dont le dénominateur est rationnel.
4. Pour quelle valeur de x la nouvelle fraction, A', prend-elle la valeur numérique 2 ?
5. Étudier les variations du numérateur et du dénominateur en fonction de x.
Droites représentatives.
Quelle particularité présentent-elles ?
Comparer les distances de l'origine à chacune d'elles.

GÉOMÉTRIE

Soient un segment [AB] de longueur 35 mm et le point H de la droite (AB), non compris entre A et B, tel que
$$\frac{\text{HA}}{\text{HB}} = 2,4.$$
On trace le cercle $\mathscr{C}$ ayant [AB] pour diamètre et l'on mène par H la perpendiculaire D à la droite (AH).

1. Calculer HA et HB et faire une figure précise.
2. Soit M un point de la droite D. Le segment de droite [AM] coupe le cercle $\mathscr{C}$ en C.
Montrer que le quadrilatère CBHM est inscriptible dans un cercle, dont on précisera le centre I.
Prouver que
$$\text{AC} \cdot \text{AM} = \text{AB} \cdot \text{AH}.$$
3. On suppose que HM = 45 mm. Calculer CA et CB.
4. A, B, H restant fixes, M décrit la droite D ; montrer que I se déplace sur une droite fixe, D'.
Réciproquement, si I est un point quelconque de D' non situé sur (BH), le cercle qui a pour centre I et pour rayon IB coupe D en un point M, distinct de H, et le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre [AB] en un point C, distinct de B ; prouver que M, C, A sont alignés.