Brevet des collèges Lille septembre 1975

Algèbre

Soit f et g deux fonctions polynômes définies dans **R** respectivement par :

$$\begin{array}{rcl} f(x) &=& 9x^2-1\\ g(x) &=& (9x-3)-9x^2+6x-1\end{array}$$

1. Écrire $f(x)$ puis $g(x)$ sous la forme d'un produit de deux fonctions polynômes du premier degré.
2. Démontrer que la fonction h de **R** dans **R** définie par :

$$q(x) = f(x) - g(x)$$

   est une fonction polynôme de degré 2.
   Factoriser cette expression.
3. Soit la fonction rationnelle q de **R** dans **R** définie par :

$$q(x) = \dfrac{f(x)}{g(x).}$$

   Déterminer l'ensemble de définition (ou existentiel) $\mathcal{D}_q$ de cette fonction.
   Dans l'ensemble $\mathcal{D}_q$, simplifier $q(x)$.
4. Déterminer les nombres réels $f\left(-\dfrac{15}{2}\right)$ et $g\left(\sqrt{3}\right)$.
5. Sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, déterminer un encadrement, à 10^{-1} près, du réel $g\left(\sqrt{3}\right)$.

Géométrie

Dans le plan rapporté au repère orthonormé $\left(\text{O},\ \vec{\imath}\ ,\ \vec{\jmath}\ \right)$,on considère les points

$$\text{A}(-3\ ;\ 6),\quad \text{B}(-3\ ;\ -5),\quad \text{C}(9\,;\,0).$$

1. Calculer les distances AB, AC et BC.
   On note AB $= d(\text{A, B})$.
2. Calculer les coordonnées du milieu M du segment [BC].
3. Soit G le point du plan tel que $\overrightarrow{\text{AG}} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{\text{AM}}$.
   a. Démontrer que les coordonnées du point G sont (+ 1 , +).
   b. Démontrer que $\overrightarrow{\text{AG}} = 2\overrightarrow{\text{GM}}$.

4. Soit D le symétrique de G dans la symétrie de centre M.

  a. Démontrer que (B, G, C, D) est un parallélogramme.

  b. Calculer les coordonnées du point D.

  c. Démontrer que D est le symétrique de A dans la symétrie de centre G.

5. E étant le milieu du segment [AB], calculer ses coordonnées.

  a. Démontrer que les points C, G, E sont alignés.

  b. Comment appelle-t-on le point G ?