

œ Brevet des collèges Lille septembre 1976 œ

ALGÈBRE

On considère les fonctions polynômes A, B et C définies dans \mathbf{R} par

$$\begin{aligned}A(x) &= 7x^2 - 28, \\B(x) &= 3x^2 - 12x + 12, \\C(x) &= (x-2)(x+5)x - (2-x)(4x+20).\end{aligned}$$

1. Écrire $A(x), B(x)$ et $C(x)$ sous forme de produit de facteurs du premier degré.
2. Résoudre dans \mathbf{R} l'inéquation $A(x) - B(x) \geq 0$.
3. Soit la fonction rationnelle F de \mathbf{R} dans \mathbf{R} définie par

$$F(x) = \frac{B(x)}{A(x)}.$$

Déterminer son domaine de définition \mathcal{D} puis la simplifier dans son domaine.

Résoudre dans \mathcal{D} les équations suivantes :

$$\begin{aligned}F(x) &= 0, \\F(x) &= 1, \\F(x) &= \frac{3}{7}\end{aligned}$$

Quelle est l'image par F de $\sqrt{7}$?

4. Soit la fonction rationnelle H de \mathbf{R} dans \mathbf{R} définie par

$$H(x) = \frac{C(x)}{A(x) - B(x)}.$$

- a. Quel est son domaine de définition?
- b. Simplifier $H(x)$ dans son domaine.
- c. Dans le plan affine rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) tracer la représentation graphique de la fonction H .
- d. On donne les points M et N de coordonnées respectives :

$$M\left(2; \frac{3}{2}\right) \quad \text{et} \quad N\left(-5; -\frac{1}{4}\right)$$

Former une équation de la droite (MN).

GÉOMÉTRIE

1. Dans un plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , placer les points A, B et C tels que

$$\overrightarrow{OA} = -3\vec{i} - \vec{j}, \quad \overrightarrow{OB} = \vec{i} + 3\vec{j}, \quad \text{et} \quad \overrightarrow{OC} = 7\vec{i} - 3\vec{j}.$$

2. Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC} .
En déduire la nature du triangle (A, B, C).
3. Le triangle (A, B, C) est inscritible dans un cercle (\mathcal{C}) de centre M.
Calculer les coordonnées de M ainsi que le rayon du cercle (\mathcal{C}).
Calculer la tangente de l'écart angulaire en degrés de l'angle géométrique \widehat{ACB} .
En déduire la valeur approchée à une unité près par défaut de cet écart angulaire.
4. La droite (BM) recoupe le cercle (\mathcal{C}) en un point D.
Quelles sont les coordonnées de D?
Quelle est la nature du quadruplet (A, B, C, D)?
5. Calculer les coordonnées des points E et F tels que

$$\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{FC} = 3\overrightarrow{FD}.$$

Montrer que M est le milieu de [EF].

Que peut-on en déduire pour les droites (EC) et (AF)?