

∞ Brevet Lille septembre 1977 ∞

Algèbre

Exercice 1

On donne la fonction f de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par

$$f(x) = 9(x-3)2 - (x-2)^2.$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
2. Factoriser $f(x)$.
3. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$.
4. Montrer que f n'est pas une bijection.

Exercice 2

Soit la fonction rationnelle F définie par

$$F(X) = \frac{3x+2}{x+1}.$$

1. Calculer $F(0)$.
Mettre $F(\sqrt{2})$ sous la forme d'un quotient dont le dénominateur est un nombre entier.
2. Résoudre dans \mathbb{R} les équations

$$F(x) = 0 \quad ; \quad F(x) = 3.$$

Exercice 3

Soit la fonction affine A de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par

$$A(x) = 5 - 3x.$$

1. Calculer $A(\sqrt{3})$.
Sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$, donner de $A(\sqrt{3})$ un encadrement à 10^{-2} près.
2. Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation : $|A(x)| = 3$.
3. Représenter graphiquement A dans un repère orthonormé.

Exercice 4

Dans un plan euclidien rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) placer les points suivants :

$$A(1 ; -1) ; \quad B(3 ; 1) ; \quad C(-2 ; 2).$$

1. Montrer que le triangle (A, B, C) est rectangle.

2. Calculer les coordonnées de D, symétrique de B par rapport à A.
3. Calculer les coordonnées de E, image de A par la translation de vecteur \overrightarrow{CA} .
4. Montrer que (B, C, D, E) est un losange.
5. Soit F l'image de A dans la symétrie orthogonale d'axe (BC).
Montrer que les points A, B, F, C appartiennent à un même cercle, dont on calculera les coordonnées du centre et le rayon.
6. Soit α l'écart angulaire en degrés de l'angle géométrique \widehat{ABC} .
Déterminer $\tan \alpha$.
En déduire α à 1 degré près par défaut.