

œ Brevet Lille septembre 1978 œ

Algèbre

Soient les applications

f et g de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définies par :

$$f(x) = 4x^2 - 4x + 1 \quad \text{et} \quad g(x) = (2x + 1)^2 - 4.$$

1.
 - a. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme de produits de facteurs du premier degré.
 - b. Montrer que $f(x) - g(x)$ est un polynôme du premier degré.
 - c. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation :

$$f(x) - g(x) = 12 \quad \text{puis} \quad |f(x) - g(x)| = 12.$$

2. On considère la fonction rationnelle h définie dans \mathbb{R} par :

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

- a. Déterminer le domaine de définition \mathcal{D} de la fonction h .
- b. Simplifier $h(x)$.
- c. Résoudre dans \mathcal{D} l'équation $h(x) = 0$ puis l'équation $h(x) = 2$.
- d. Montrer que $h(-\sqrt{2})$ s'écrit sous la forme $a + b\sqrt{2}$, a et b étant deux entiers relatifs que l'on calculera.
Sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$, donner un encadrement de $h(-\sqrt{2})$ à 10^{-2} près.

Géométrie

Une unité de longueur étant choisie dans le plan euclidien, un triangle (O, A, B) est tel que :

$$OA = 5 \quad OB = 5\sqrt{3} \quad AB = 10.$$

1. Montrer que (O, A, B) est un triangle rectangle en O.
2. $e(\widehat{OAB})$ désigne l'écart angulaire en radians de l'angle \widehat{OAB} .
Calculer $\cos e(\widehat{OAB})$.
Calculer $e(\widehat{OAB})$, $e(\widehat{OBA})$, $e(\widehat{AOB})$.
3. On choisit le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) tel que :

$$\vec{OB} = 5\sqrt{3}\vec{i}, \quad \vec{OA} = 5\vec{j}.$$

- a. Déterminer une équation de la droite (AB).
 - b. Déterminer une équation de la hauteur (OH) du triangle (O, A, B).
4. En déduire les coordonnées du point H.
 5. Calculer la distance OH.
Calculer les distances HB et AH.