∽ Brevet Lille septembre 1979 ∾

ALGÈBRE

Soit f et g les applications, de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, définies par

$$f(x) = 3x + 5 \quad \text{et} \quad g(x) = 1 - x^2.$$

1. Déterminer $(g \circ f)(x)$ sous forme développée et sous forme factorisée.
2. Calculer $(g \circ f)(-1)$ et $(g \circ f)\left(-\dfrac{7}{3}\right)$.
   $g \circ f$ est-elle une bijection de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$?
3. Soit l'application h, de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, définie par

   $$h(x) = x^2 + 4x + 4 - (2 + x)(1 - x) + 4 - x^2.$$

   Écrire $h(x)$ sous forme développée et sous forme factorisée.
4. Soit la fonction rationnelle q définie par

   $$q(x) = \frac{(3x + 6)(-3x - 4)}{h(x)}.$$

   Déterminer le domaine de définition de q.
   Simplifier $q(x)$.
5. Calculer $q(-1)$, $q\left(\sqrt{3}\right)$; sachant que

   $$1,732 < \sqrt{3} < 1,733$$

   en déduire un encadrement de $q\left(\sqrt{3}\right)$ à 10^{-1} près.
6. Résoudre les équations

   $$q(x) = 1 \quad \text{et} \quad q(x) = -9.$$

GÉOMÉTRIE

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, placer les points

$$\text{A}(-2 ; -1), \qquad \text{B}(-1 ; 1), \qquad \text{I}(1 ; 0).$$

(on prendra 2 cm comme unité).

1. Calculer les coordonnées de C tel que (A, B, C, I) soit un parallélogramme.
2. Soit D le symétrique de A par rapport à I. Calculer les coordonnées de D.
3. Déterminer une équation de la droite (AB) et une équation de la droite (CD) et démontrer que ces deux droites sont perpendiculaires.
   Calculer les coordonnées de leur point d'intersection E.

4. Montrer que C est milieu de [EO] et que B est milieu de [AE].
   En déduire que (B, E, C, I) est un parallélogramme.
5. Calculer $d(\text{C, E})$ et $d(\text{C, I})$.
   Montrer que (B, E, C, I) est un carré.
6. Soit α l'écart angulaire de l'angle $\widehat{\text{EBD}}$.
   Calculer $\tan\alpha$.
   À l'aide d'une table trigonométrique, en déduire la valeur de α à un degré près par défaut.