∾ Brevet Lille septembre 1980 ∾

ALGÈBRE

1. m est l'application polynôme définie, dans $\mathbb{R}$ par

$$m(x) = \left(1-4x^2\right)(x-5) + (2x+1)\left(25-x^2\right) + (2x+1)(10-2x).$$

   Écrire $m(x)$ sous forme d'un produit de fonctions polynômes du premier degré.

2. Soit g la fonction rationnelle définie, dans $\mathbb{R}$, par

$$g(x) = \frac{m(x)}{(x-5)(x+2)}.$$

   a. Déterminer l'ensemble de définition $\mathscr{E}$ de g.

   b. Montrer que, pour tout x élément de $\mathscr{E}$,

$$g(x) = -6x-3.$$

   c. Déterminer le réel solution de l'équation

$$g(x) = \sqrt{2}.$$

   d. Sachant que $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ trouver un encadrement à 10^{-2} près de la solution trouvée.

3. **a.** Déterminer l'ensemble des réels x solutions de l'inéquation

$$-6x-3 \geqslant 0.$$

   b. Représenter, graphiquement dans un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ l'application

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & |-6x-3|. \end{array}$$

   c. Représenter dans le même repère l'application

$$h: \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & |-6x-3|. \end{array}$$

GÉOMÉTRIE

(M, N, R) est un triangle rectangle en N tel que

$$d(\mathrm{M}, \mathrm{R}) = 4 \text{ et } d(\mathrm{N}, \mathrm{R}) = 2.$$

1. Calculer $d(\mathrm{M}, \mathrm{N})$.

2. $\mathscr{C}$ est le cercle circonscrit au triangle (M, N, R).
   Préciser la position du centre O de $\mathscr{C}$.
   Calculer le rayon r du cercle $\mathscr{C}$.
3. H est la projection orthogonale du point O sur la droite (MN), $\{O'\}$ est l'intersection de la droite (OH) et de la tangente en M au cercle $\mathscr{C}$.
   a. Montrer que (OO$'$) est la médiatrice de [MN].
   b. Soit E le symétrique de M par rapport à O$'$.
   Préciser la position du centre du cercle Γ circonscrit au triangle (M, N, E).
   c. Montrer que R, N et E sont alignés.
4. Quelle est la nature du triangle (E, M, R) ?
   Calculer d(E, R) et d(E, M).
   En déduire le rayon du cercle Γ.
5. Soit B l'image de E par la translation du vecteur $\overrightarrow{\text{MR}}$.
   a. Montrer que le quadruplet (E, B, R, M) est un rectangle.
   b. Que représente la droite (BE) pour le cercle Γ ; que représente la droite (BR) pour le cercle $\mathscr{C}$?