Brevet des collèges Lille juin 1975

I.

Dans un plan P rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, placer les points A, B et C qui ont pour coordonnées respectives $(-2\ ;\ 4)$, $(-4\ ;\ 2)$ et $(2\,;\,0)$.

1. Déterminer les coordonnées du milieu M du segment [BC].
2. Quelle est la nature du triangle (A, B, C) ?
3. On considère la translation t de vecteur $\overrightarrow{\text{AB}}$.
   Déterminer les coordonnées du point D tel que $\text{D} = t(\text{C})$.
4. Quelle est la nature du quadruplet (A, B, D, C) ?
   Démontrer que les points A, B, C, D appartiennent à un même cercle dont vous déterminerez le centre et le rayon et que vous construirez.
5. v désignant l'écart angulaire exprimé en degrés de l'angle géométrique $\widehat{\text{ABC}}$, déterminer $\text{tg}_{180}\, v$ (c'est-à-dire tg v).
   Donner la valeur approchée de v à 1 degré près par défaut.

II.

On considère les deux fonctions polynômes f et g de **R** dans **R** définies par :

$$\begin{array}{rcl} f(x) & = & (3x-2)^2-(x+3)^2 \\ g(x) & = & (1-x)(7x+6)-(4-4x)(x+1)-1+2x-x^2 \end{array}$$

1. Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.
2. On considère la fonction rationnelle $q = \dfrac{f}{g}$.
   Déterminer son domaine de définition et simplifier $q(x)$.
3. Soit q' la fonction numérique de la variable réelle x définie par

$$q'(x) = \frac{2x-5}{1-x}.$$

   a. Déterminer son domaine de définition.
   b. Calculer $q'\left(-\dfrac{2}{3}\right)$.
   c. Calculer $q'\left(\sqrt{2}\right)$ et l'écrire sous la forme la plus simple possible.
   d. On rappelle que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$.
   Donner un encadrement de $q'\left(\sqrt{2}\right)$ à 10^{-2} près.

4. Tracer dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$ les représentations graphiques des fonctions h et k de **R** dans **R** définies par :

$$h(x) = 2x - 5 \quad \text{et} \quad k(x) = 1 - x.$$

Déterminer graphiquement les coordonnées de l'intersection de ces représentations graphiques.

5. Résoudre l'équation $q'(x) = 1$.
Pouvait-on prévoir cette solution ?