

∞ Brevet Limoges juin 1978 ∞

Algèbre

Soit l'application f :

$$\begin{aligned} \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto (3x-2)^2 - (6x-4)(x-2) + 3x-2. \end{aligned}$$

1.
 - a. Développer $f(x)$.
 - b. En utilisant ce développement, calculer $f\left(-\frac{2}{3}\right)$ et $f(2\sqrt{3}-1)$.
2.
 - a. Factoriser $f(x)$.
 - b. Calculer les réels x , pour lesquels $f(x) = 0$.
 - c. En déduire que l'application f n'est pas une bijection.
3. Soit la fonction rationnelle g :

$$\begin{aligned} \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \frac{(x+3)(9x^2-4)}{(x+3)(3x-2)} \end{aligned}$$

- a. Quel est le domaine de définition de g ?
- b. Simplifier $g(x)$.
- c. Résoudre, dans \mathbb{R} , les équations

$$g(x) = -\frac{4}{7} \quad \text{et} \quad g(x) = 4.$$

4.
 - a. Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , construire la représentation graphique (D) de la fonction affine h définie par

$$h(x) = 3x + 2.$$

- b. Soit A et B, deux points de (D) , tels que A a pour abscisse $\frac{2}{3}$ et B pour ordonnée -7 .
Calculer les coordonnées de A et B et placer les points sur le graphique.
- c. En déduire la représentation graphique de la fonction g .

Géométrie

Dans un plan euclidien muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité : 1 cm), on considère les points A et B tels que

$$\vec{OA} = 3\vec{i} - 2\vec{j}, \quad \vec{OB} = \vec{i} + 8\vec{j}.$$

1. Placer les points A et B dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
2. Soit C le point défini par l'égalité vectorielle $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.
Calculer les coordonnées de C.
Quelle est la nature du quadruplet (O, A, C, B)?
Justifier la réponse.
3. Calculer $d(O, A)$, $d(O, C)$, $d(A, C)$, les coordonnées de C étant 4 et 6.
En déduire la nature du triangle (O, A, C).
4. Soit A' le symétrique de A par rapport à O.
Démontrer que (O, A', B, C) est un rectangle.
5. Quelle est la nature du triangle (A', C, A)?
Calculer la tangente de l'écart angulaire α de l'angle géométrique $\widehat{CA'O}$.
À l'aide d'une table trigonométrique, donner un encadrement de α à un degré près.