

œ Brevet Limoges juin 1980 œ

Algèbre

Exercice 1

Effectuer $(\sqrt{3} - 2\sqrt{5})^2$ puis comparer

$$\sqrt{23 - 4\sqrt{15}} \quad \text{et} \quad \sqrt{3} - 2\sqrt{5}.$$

Exercice 2

1. On considère l'application f de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définie par

$$f(x) = ax + b \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont deux réels.}$$

- Déterminer a et b sachant que les points $A(1; 5)$ et $B(2; 1)$ appartiennent à la représentation graphique de f .
- Le plan étant rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , représenter graphiquement l'application

$$\begin{array}{lcl} f: \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & -4x + 9 \end{array}$$

2. Utiliser le graphique pour résoudre

$$\begin{array}{ll} \text{dans } \mathbb{R}, & f(x) \leq 0; \\ \text{dans } \mathbb{R} \times \mathbb{R}, & y + 4x - 9 < 0. \end{array}$$

3. Soit g l'application de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par

$$g(x) = (-2x + 1)^2.$$

- Calculer $g\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ et en donner un encadrement à 10^{-2} près, sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$.
- Résoudre dans \mathbb{R} les équations

$$g(x) = -1, \quad g(x) = 4, \quad g(x) = 0.$$

g est-elle bijective?

4. a. Définir l'application $f \circ g$.
Montrer que $f \circ g(x)$ peut s'écrire sous la forme

$$(-4x + 5)(4x + 1).$$

- Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $f \circ g(x) \geq 0$.

Géométrie**Exercice 1**

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on considère les points

$$A(0; 2), \quad B(2; 0) \quad \text{et} \quad C(3; -1).$$

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
2. Montrer que les points A, B et C sont alignés.
3. Donner l'abscisse de C dans le repère (A, B) sur la droite (AB).

Exercice 2

Soit (A, E, F) un triangle isocèle et rectangle en A, tel que $AF = 8$ (l'unité étant le centimètre). On désigne par C le milieu de (A, E), B le milieu de (A, F) et D le milieu de (F, E).

1. Calculer les distances $d(B, C)$ et $d(E, F)$,
2. Quelle est la médiatrice de [FE] ? celle de [BC] ?
3. Quelle est la nature du quadruplet (A, B, D, C) ?
Toutes les réponses devront être justifiées.
4. Soit I le point d'intersection des droites (AD) et (BC).
On désigne par $S_{(AD)}$ et $S_{(BC)}$ les symétries orthogonales par rapport aux droites (AD) et (BC).
Compléter ci-dessous :

A	$\xrightarrow{S_{(AD)}}$	$\xrightarrow{S_{(BC)}}$
B	\longrightarrow	\longrightarrow
C	\longrightarrow	\longrightarrow
D	\longrightarrow	\longrightarrow

En déduire :

	$S_{(BC)} \circ S_{(AD)}$
A	\longrightarrow
B	\longrightarrow
C	\longrightarrow
D	\longrightarrow

Trouver une autre application qui donne les même images pour A, B, C et D que $S_{(BC)} \circ S_{(AD)}$.