Brevet Limoges juin 1967

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

Soit l'expression
$$E(x) = (x-3)^2 - (5x+2)(x-3).$$

1. Mettre $E(x)$ sous la forme d'un polynôme réduit et ordonné, puis calculer la valeur numérique de $E(x)$ dans le cas où $x = \sqrt{2}+1$.
   (On donnera d'abord la valeur numérique exacte, puis une valeur approchée à 0,01 près.)
2. Mettre $E(x)$ sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré, puis résoudre l'équation $E(x) = 0$ dans chacun des cas suivants :
   a. x est un nombre qui appartient à l'ensemble des relatifs entiers;
   b. x est un nombre qui appartient à l'ensemble des relatifs rationnels.
3. On considère les fractions $\dfrac{E(x)}{x-3}$ et $\dfrac{E(x)}{-4x-5}$ (x est un nombre relatif).
   a. Simplifier ces fractions; on appellera F la forme simplifiée de la première et $F'(x)$ la forme simplifiée de la deuxième.
   b. Construire les graphes des fonctions $y = F(x)$ et $y = F'(x)$.
   c. Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle $F(x) = F'(x)$.

GÉOMÉTRIE

Un segment [BC], de support xy, a une longueur de 10 cm.
Un point A est tel que AB = 6 cm et AC = 8 cm.

1. Montrer que le triangle ABC est rectangle.
2. H étant la projection du point A sur xy, calculer la mesure des segments [AH] et [BH].
3. K étant le point de xy tel que B soit le milieu du segment [KH], calculer, à 0,01 près par défaut, la mesure du segment [AK], puis déterminer, à 1° près, la mesure de l'angle $\widehat{\text{AKB}}$, sachant que :
$$\begin{array}{lll}\sin 31° = 0,51\ldots, & \sin 33° = 0,54\ldots, & \sin 35° = 0,57\ldots,\\ \sin 32° = 0,52\ldots, & \sin 34° = 0,55\ldots, & \sin 36° = 0,58\ldots\end{array}$$
4. Dans le demi-plan de frontière xy qui contient A, on mène la demi-droite [Cz) perpendiculaire à (BC).
   Un point P du segment [HC] et un point Q de la demi-droite [Cz) sont tels que (PQ) est perpendiculaire à (PA).
   a. Montrer que les triangles APH et PQC sont semblables.
   b. M étant la projection du point P sur le segment [AQ], montrer que les quadrilatères AHPM et QMPC sont inscriptibles, puis établir que le triangle HMC est rectangle.

N. B. - La 4^{e} question est indépendante des trois premières.