

∞ Brevet des collèges Limoges juin 1968 ∞
 ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

1. Soit l'expression où x est un nombre réel

$$N(x) = (2x - 3)(2 - x) - (2x - 3)^2 + 4x^2 - 9.$$

- a. Développer et ordonner $N(x)$ suivant les puissances décroissantes de x .
 b. Décomposer $N(x)$ en un produit de deux facteurs du premier degré
 c. Déterminer x pour que $N(x)$ soit nul.
2. a. Simplifier :

$$F(x) = \frac{(2x - 3)(2 - x) - (2x - 3)^2 + 4x^2 - 9}{(x - 6)(x - 8)}.$$

- b. Pour quelles valeurs de x cette simplification est-elle légitime?
 c. Déterminer x pour que $F(x) = \frac{1}{2}$.
3. a. Construire dans un même système d'axes orthonormés (axes perpendiculaires; unité le cm) les droites (D) et (L) ayant respectivement pour équation :

$$y = 2x - 3, \quad y = \frac{6 - x}{2}$$

- b. Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point d'intersection M de (D) et (L) .
 c. Montrer que les droites (D) et (L) sont perpendiculaires et calculer la longueur du segment $[OM]$.

GÉOMÉTRIE

On considère la figure formée par :

- un demi-cercle de centre O, de rayon R , limité aux points A et B,
- le point M appartenant au demi-cercle et tel que la mesure du segment AM soit égale à $\frac{3}{2}R$, $\left(AM = \frac{3}{2}R\right)$.
- la médiatrice du segment $[OA]$.

Désignons par :

- E, l'intersection de cette médiatrice avec (OA) ,
- S, l'intersection de cette médiatrice avec (AM) ,

P, l'intersection de cette médiatrice avec le demi-cercle.

1. Comparer les triangles AMB et AES.

Calculer en fonction de R , les mesures des segments [MB], [AS] et [SE].

2. a. Montrer que les quatre points S, E, B, M appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre. (Le tracé de ce cercle n'est pas demandé).
b. Déterminer, en fonction de R , la valeur du produit $AS \cdot AM$ des mesures des segments [AS] et [AM].
c. Montrer que la droite (AO) est tangente en O au cercle circonscrit au triangle SOM.

3. Évaluer l'angle \widehat{PMA} .

Les angles \widehat{PMA} et \widehat{SAE} sont-ils égaux?

4. Désignons par H, la projection orthogonale de M sur le segment [AB].

Calculer, à $0,1 \text{ cm}^2$ près, l'aire du triangle SAH si R mesure 8 cm.

(Les questions 2., 3., 4. sont indépendantes les unes des autres).