

∞ Brevet des collèges Limoges juin 1970 ∞

ALGÈBRE

1. Mettre chacune des expressions suivantes sous forme d'un produit de facteurs du premier degré :

$$\begin{aligned}A(x) &= 4x^2 - 12x + 9, \\B(x) &= (2x - 3)^2 - (8x - 12).\end{aligned}$$

2. Résoudre l'équation $B(x) = 0$.
3. On considère la fraction rationnelle $E(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$.
Quel est le domaine de définition de la fraction $E(x)$?
Simplifier cette fraction rationnelle. (On appellera $F(x)$ la fraction simplifiée obtenue.)
4. Résoudre les équations

$$F(x) = 0, \quad F(x) = 1, \quad \text{puis } F(x) = \frac{x+3}{2x+7}$$

5. Construire, dans un même repère orthonormé $x'Ox$, $y'Oy$, les droites (D_1) et (D_2) ayant pour équations respectives

$$y = 2x - 3 \quad \text{et} \quad y = 2x - 7.$$

Quelle particularité les deux droites (D_1) et (D_2) présentent-elles au point de vue de leur position relative?

Montrer que cette particularité permet de retrouver le résultat obtenu en résolvant l'équation $F(x) = 1$ dans la quatrième question.

GÉOMÉTRIE

On construit un trapèze ABCD rectangle en A et en D et dont les diagonales [AC] et [BD] sont perpendiculaires en I. (On appellera [AB] la plus petite de deux bases du trapèze.)
On trace le cercle ayant pour diamètre [BC]; ce cercle coupe (CD) en H.

1. Démontrer que ce cercle passe par I.
Quelle est la valeur de l'angle \widehat{BHC} ?
Quelle est la nature du quadrilatère ABHD?
2. Démontrer que l'on a

$$DA^2 = DB \times DI = DC \times DH.$$

3. Démontrer que les triangles ACD et HAD sont semblables.
4. On suppose, à partir de maintenant, que $AB = a$ et $AD = 2a$, a étant une longueur donnée.
Calculer, en fonction de a , la longueur de chacun des segments [BD], [DI], [BI] et [AI].