

∞ Brevet des collèges Limoges juin 1972 ∞

Mathématiques traditionnelles

ALGÈBRE

On donne l'expression

$$A(x) = (2x - 1)(x - 3)^2 - 4(2x - 1).$$

1. Développer cette expression et la mettre sous la forme d'un polynôme ordonné suivant les puissances décroissantes de x .
2. Mettre cette expression sous la forme d'un produit de trois facteurs du premier degré. Utiliser l'une ou l'autre forme de $A(x)$ pour calculer le plus simplement possible $A(x)$ pour les valeurs suivantes de x :

$$x = 0, \quad x = 1 \quad \text{et} \quad x = \sqrt{2}.$$

3. On considère la fraction rationnelle

$$F(x) = \frac{(2x - 1)(x - 1)(x - 5)}{(x - 5)(x^2 - 1)}.$$

Quel est l'ensemble de définition de $F(x)$?

Simplifier cette fraction.

Résoudre l'équation $F(x) = -1$.

4. Tracer dans un repère orthonormé les droites (D_1) et (D_2) d'équations

$$y = 2x - 1 \quad \text{et} \quad y = -x - 1.$$

Quelles sont les coordonnées du point d'intersection des deux droites ?

Retrouver sur le graphique les résultats de la question précédente.

GÉOMÉTRIE

On donne un segment $[AB]$ de milieu O et sa médiatrice Oz .

Soit D le point de Oz tel que $OD = AO$.

On porte sur le prolongement de $[AB]$, du côté de B , le segment $[BC]$ tel que $BC = OB$.

Soit E la projection orthogonale de B sur (CD) .

On pose $AB = 2a$.

1. Démontrer que le quadrilatère $(OBED)$ est inscritible dans un cercle, que l'on tracera, en précisant la position du centre.
2. Démontrer que la droite (AD) est tangente en D au cercle circonscrit au quadrilatère $(OBED)$.
3. Montrer que la droite (EO) est bissectrice de l'angle \widehat{BED} .
4. Montrer que les triangles (DOC) et (BEC) sont semblables et calculer, en fonction de a , les longueurs respectives des segments $[DC]$, $[DE]$ et $[EB]$.