

## œ Brevet des collèges Limoges juin 1973 œ

### Algèbre

1.  $x$  étant un nombre réel, mettre sous forme d'un produit de facteurs du premier degré l'expression

$$A(x) = 2(x-2)(x+1) + (x^2-4) - 3(1-x)(2x-4).$$

2. On donne l'application polynôme

$$\begin{aligned} B: \mathbf{R} &\rightarrow \mathbf{R}, \\ x &\mapsto ax^2 - 4x + b. \end{aligned}$$

Déterminer  $b$  et  $a$ , sachant que  $B(0) = 4$  et  $B(1) = 1$ .

3. Déterminer l'ensemble d'existence (ou de définition) de la fonction  $F$ , de  $\mathbf{R}$  dans  $\mathbf{R}$ , définie par

$$F(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{A(x)}.$$

Simplifier  $F(x)$ . On trouve une nouvelle fonction, dont on demande l'ensemble de définition.

4. Soit la fonction

$$\begin{aligned} H: \mathbf{R} &\rightarrow \mathbf{R}, \\ x &\mapsto H(x) = \frac{x-2}{9x-2}. \end{aligned}$$

Calculer  $H(\sqrt{5})$  et exprimer ce nombre réel sous forme d'un quotient dont le dénominateur est un nombre rationnel.

### Géométrie

Dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on donne les points

$$A(-2; 4), \quad B(4; 2) \quad \text{et} \quad C(-4; -2).$$

M et N étant deux points quelconques, on désigne par  $\|\overrightarrow{MN}\|$  la norme de  $\overrightarrow{MN}$ .

1. Calculer  $\|\overrightarrow{AB}\|$ ,  $\|\overrightarrow{AC}\|$  et  $\|\overrightarrow{BC}\|$ .

En déduire que le triangle (A, B, C) est rectangle isocèle.

Montrer que O est le milieu du segment [BC].

Que représente la droite (AO) pour ce segment?

2. Déterminer le point D tel que

$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}.$$

Quelle est la nature du quadrilatère (A, D, B, O)?