

∞ Brevet des collèges Limoges juin 1974 ∞

ALGÈBRE

1. Soit l'application de \mathbf{R} dans \mathbf{R} définie par

$$f : x \longmapsto f(x) = (5 - 3x)(2x + 1) - (25 - 9x^2) + (5 - 3x)^2.$$

- Écrire $f(x)$ sous forme d'un polynôme réduit et ordonné suivant les puissances décroissantes de x .
- Écrire $f(x)$ sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.
- Déterminer l'image par f de chacun des réels suivants : -1 , 0 et $\frac{1}{2}$.

2. Soit h la fonction rationnelle définie par

$$h(x) = \frac{12x^2 - 23x + 5}{(5 - 3x)(x - 4)}.$$

Déterminer l'ensemble de définition, \mathcal{D} , de h , puis simplifier $h(x)$.

3. Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , tracer les représentations graphiques des fonctions affines f_1 et f_2 définies par

$$f_1 : x \longmapsto f_1(x) = 1 - 4x, \quad f_2 : x \longmapsto f_2(x) = x - 4.$$

Déterminer par le calcul et le graphique le réel x tel que $h(x) = 1$.

GÉOMÉTRIE

Un point M de coordonnées $(x_M; y_M)$ est noté $M(x_M; y_M)$.

La droite passant par les points M et N est notée « droite (MN) ». La distance entre les points M et N est notée MN .

Le plan (P) est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Soit les points

$$A(2; 3), \quad B(6; 5) \quad \text{et} \quad C(8; 9).$$

1. Déterminer les coordonnées du point D tel que le quadruplet (A, B, C, D) soit un parallélogramme.

Déterminer les coordonnées du centre, K , de ce parallélogramme.

2. Calculer les distances AB et BC .

Quelle est la nature du quadruplet (A, B, C, D) ?

Quelle est la nature du triangle AKB ?

3. Soit E le point du segment $[KC]$ tel que $KE = KB$.

Calculer KB , puis BE .

a désignant l'écart angulaire, en degrés, de l'angle \widehat{KBA} déterminer $\tan a$.

À l'aide d'une table trigonométrique, déterminer un encadrement d'amplitude 1 pour a .