

∞ Brevet Limoges juin 1979 ∞

ALGÈBRE

On considère les applications polynômes f et g , de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définies par

$$\begin{aligned}f(x) &= (3x-4)(x-3) - (3x-4)(1-2x), \\g(x) &= (2x-1)^2 - (3-x)^2.\end{aligned}$$

Partie A

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
2.
 - a. Factoriser $f(x)$.
 - b. Utiliser l'expression obtenue pour calculer l'image par f de $\frac{4}{3} + \sqrt{3}$.
 - c. On pose $a = f\left(\frac{4}{3} + \sqrt{3}\right)$.
Calculer $f(a)$.

Partie B

1. Déterminer l'ensemble S des réels x tels que

$$(2x-1)^2 - (3-x)^2 = 0.$$

Partie C

Soit h la fonction rationnelle, de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , définie par

$$h(x) = \frac{(2x-1)^2 - (3-x)^2}{(3x-4)(1-2x)}$$

1. Quel est l'ensemble de définition \mathcal{D} de h ?
2. Simplifier $h(x)$ dans \mathcal{D} .
3. Résoudre dans \mathcal{D} l'équation : $h(x) = 1$.

Partie D

1. Dans un repère orthonormé construire les droites (L) et (L') d'équations :

$$(L) : y = x + 2; \quad (L') : y = 3x - 4.$$

2. Une parallèle à l'axe des ordonnées ($y'Oy$) coupe (L) en M et (L') en N .
 - a. Vérifier que la distance des points M et N , évaluée en fonction de leur abscisse commune x , est égale à $2|x-3|$.
 - b. Quelles sont les coordonnées du point d'intersection A des droites (L) et (L') ?
 - c. Quel est l'ensemble des réels x tels que l'on ait $d(M, N) = 1,5$?

GÉOMÉTRIE

Dans le plan euclidien (P) muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) on considère les points :

$$A(-4; 2), \quad C(2; -2), \quad D(1; 3) \quad \text{et} \quad I(1; 0).$$

Partie A

1. Calculer les coordonnées (ou composantes) des vecteurs : \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD} et \overrightarrow{DC} .
2. Calculer les distances : $d(A, C)$, $d(A, D)$ et $d(D, C)$.
3. Quelle est la nature du triangle (A, C, D) ?

Partie B

1. Quelles sont les coordonnées du milieu E du bipoint (A, C) et du symétrique B de D par rapport à E ?
2. Quelle est la nature du quadruplet (A, B, C, D) ?

Partie C

1. Quelles sont les coordonnées x et y du point S tel que

$$\overrightarrow{ES} = 3\overrightarrow{ED}?$$

2. Soit N le milieu du bipoint (C, S) . Montrer que les points A, D, N sont alignés.

Partie D

1. Montrer que les droites (EI) et (DI) sont orthogonales.
2. Calculer la tangente de l'écart angulaire u de l'angle géométrique \widehat{EDI} .
3. L'unité étant le degré, utiliser une table trigonométrique pour donner u à 1 près par défaut.