Brevet Élémentaire du Premier Cycle Limoges

septembre 1971

MATHÉMATIQUES TRADITIONNELLES

ALGÈBRE

1. On donne les fractions rationnelles suivantes

$$E(x) = \frac{49x - 4x^2}{2x^2 + 7x} \qquad \text{et} \qquad F(x) = \frac{x^2 - 12x + 36}{2x - 12}.$$

Indiquer l'ensemble de définition de chacune de ces fractions, puis les simplifier.

Pour quelle valeur de x a-t-on $E(x) = F(x)$?

2. Tracer, par rapport à un repère orthonormé, les droites (D_1) et (D_2) dont les équations respectives sont

$$y_1 = -2x + 7 \quad \text{et} \quad y_2 = \frac{1}{2}x - 3.$$

Retrouver sur le graphique la valeur de x pour laquelle $E(x) = F(x)$.

3. Les droites (D_1) et (D_2) se coupent en A.

Elles coupent l'axe des y respectivement en B et en C.

Calculer les coordonnées des points A, B et C et vérifier que le triangle (ABC) est rectangle en A.

GÉOMÉTRIE

Soit un triangle (ABC) rectangle en C et H le pied de la hauteur relative à l'hypoténuse [AB] ; les segments [AB] et [AH] mesurent respectivement 9 cm et 3 cm.

1. Calculer les longueurs des segments [AC], [BC] et [CH].

2. Une droite quelconque (Δ) contenant le point A coupe la droite (CH) en E et le cercle circonscrit au triangle (ABC) en D.

Montrer que le quadrilatère (HBDE) est inscriptible et tracer le cercle circonscrit à ce quadrilatère.

3. Démontrer les égalités suivantes :

$$\text{AC}^2 = \text{AE} \cdot \text{AD} = \text{AH} \cdot \text{AB}.$$

4. Soit T et T′ les points de contact des tangentes menées de A au cercle circonscrit au quadrilatère (HBDE).

Démontrer que, quelle que soit la droite (Δ), les points T et T′ appartiennent à un cercle fixe, dont on déterminera le centre et le rayon.