

œ Brevet Limoges septembre 1977 œ

Algèbre

On donne les fonctions suivantes :

$$f \left| \begin{array}{l} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto f(x) = (x+1)^2 - (3x-4)^2 \end{array} \right. \quad g \left| \begin{array}{l} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto g(x) = 16x^2 - 9 - (4x-3)(2x-5) \end{array} \right.$$

1. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.
2. Développer, réduire et ordonner $f(x)$ et $g(x)$ suivant les puissances décroissantes de x .
3. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = g(x)$.
4. On considère la fonction rationnelle :

$$h \left| \begin{array}{l} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \end{array} \right.$$

- a. Quel est l'ensemble de définition \mathcal{D} de h ?
Simplifier $h(x)$ dans cet ensemble.
On désignera par $q(x)$ l'expression simplifiée.
 - b. Calculer $q\left(\frac{1}{2}\right)$, et donner sa valeur approchée à 10^{-3} par défaut.
 - c. Résoudre dans \mathbb{R} , $q(x) = 1$.
5. Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité 1 cm), construire les droites D_1 et D_2 d'équations respectives :

$$D_1 : 4x + 2y - 10 = 0 \quad D_2 : -2x + y - 8 = 0$$

Calculer les coordonnées du point I, commun à D_1 et D_2 .

Peut-on utiliser le graphique pour vérifier une des réponses du problème?

Géométrie

Ce problème sera illustré par un dessin.

On considère le plan P muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité 1 cm).

On donne :

$$\vec{OB} = -3\vec{i} + 9\vec{j}; \quad \vec{OC} = -4\vec{i} + 3\vec{j}; \quad \vec{AC} = -7\vec{i} - 7\vec{j}.$$

1. a. Calculer les coordonnées de A.
b. Calculer les coordonnées du point D tel que CA, B, C, D) soit un parallélogramme.
2. Montrer que (A, B, C, D) est un losange.
3. Calculer les coordonnées de I, commun aux droites (AC) et (BD), puis celles de J, milieu de (A,D).

4. K est le symétrique de I par rapport à J.
Calculer les coordonnées de K.
5. Quelle est la nature du quadruplet (A, I, D, K).
6. Calculer $d(K, A)$ et $d(A, I)$.
 x désignant l'écart angulaire en degrés de l'angle géométrique $\widehat{A\hat{I}K}$, déterminer la tangente de x .
À l'aide d'une table trigonométrique, déterminer un encadrement d'amplitude 1 pour x .