Brevet Limoges septembre 1980

ALGÈBRE

On donne, dans $\mathbb{R}$, les applications f et g définies par

$$\begin{array}{lcl} f(x) & = & 2x^2 - 12x + 18 - (3x - 9)(4x + 5) + x^2 - 9 \\ g(x) & = & 3(x+2)^2. \end{array}$$

1. Développer $g(x)$.
2. Factoriser $f(x)$.
3. On pose $h = \dfrac{f}{g}$. Préciser l'ensemble de définition de h et simplifier $h(x)$.
4. Résoudre, dans $\mathbb{R}$ les équations :

   $$f(x) = 0\,; \qquad g(x) = 12\,; \qquad h(x) = 1.$$

   f et g sont-elles des bijections ?
5. On considère les applications :

   $$k : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & -3x + 9\,; \end{array} \qquad p : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x + 2. \end{array}$$

   Construire leurs représentations graphiques K et P dans un repère orthonormé.

   Calculer les coordonnées du point d'intersection des représentations graphiques K et P. Quel résultat vérifie-t-on ?

   Écrire une équation de la droite (D) orthogonale à P et contenant le point A(1 ; 8).

   Tracer cette droite dans le repère précédent.

GÉOMÉTRIE

Partie A

Dans le plan euclidien rapporté au repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité 1 cm) placer les points A, B, C et E tels que :

$$\overrightarrow{\text{OA}} = \vec{\imath} - \vec{\jmath}\ ; \quad \overrightarrow{\text{OB}} = 2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}\ ; \quad \overrightarrow{\text{OC}} = -3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}\ ; \quad \overrightarrow{\text{OE}} = \vec{\jmath}.$$

1. **a.** Déterminer les coordonnées du point M milieu du bipoint (B. C).

   b. Déterminer les coordonnées du point D symétrique du point A par rapport au point M.
2. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{\text{BC}}$ en fonction des vecteurs $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$.

   Montrer que les points B, C et E sont alignés.
3. **a.** Calculer la distance d(A, B).

   b. Montrer que le point A appartient à la médiatrice du segment [BC].

4. Quelle est la nature du quadruplet (A, B, D, C) ?

Partie B

Soit un triangle (A, B, C) rectangle en B tel que, l'unité étant le centimètre,

$$d(\text{B, C}) = 4 \text{ et } d(\text{A, C}) = 12.$$

1. Calculer la distance $d(\text{A, B})$.
2. Soit α l'écart angulaire en degrés de l'angle géométrique $\widehat{\text{BCA}}$.
   Déterminer $\cos\alpha$.
   En déduire, à l'aide d'une table trigonométrique, la valeur approchée à un degré près par défaut de α.