

∞ Brevet Montpellier septembre 1976 ∞

ALGÈBRE

Dans \mathbb{R} , on considère les fonctions f et g dont voici les définitions

$$f: \begin{cases} \mathbb{R} & \rightarrow \mathbb{R}, \\ x & \mapsto f(x) = (3-2x)(2x+1) - (2x-3)(x+2); \end{cases}$$

$$g: \begin{cases} \mathbb{R} & \rightarrow \mathbb{R}, \\ x & \mapsto g(x) = (x+1)(4x+5) - (x+1)\left(\frac{5}{2}x+8\right) \end{cases}$$

1. Écrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré.
2. Définir en extension les ensembles suivants :

$$\begin{aligned} S_1 &= \{x \mid x \in \mathbb{Q}, f(x) = 0\}, \\ S_2 &= \{x \mid x \in \mathbb{Z}, f(x) = 0\}, \\ S_3 &= \{x \mid x \in \mathbb{Z}, g(x) = 0\}, \\ S_4 &= \{x \mid x \in \mathbb{N}, g(x) = 0\}. \end{aligned}$$

3. Soit h , la fonction définie par

$$h: \begin{cases} \mathbb{R} & \rightarrow \mathbb{R}, \\ x & \mapsto h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \end{cases}$$

Quel est le domaine de définition de h ?

Soit $h'(x)$ l'expression de $h(x)$ simplifiée; pour quelles valeurs de x , $h'(x)$ est-elle

- a. nulle?;
 - b. égale à 1??
4. Dans un repère orthonormé du plan, représenter les droites d'équations

$$y_1 = -2x + 3 \quad \text{et} \quad y_2 = \frac{1}{2}x - 1.$$

Calculer les coordonnées du point d'intersection de ces droites.

Retrouver les résultats des questions 3. a. et 3.b.

GÉOMÉTRIE

Dans le plan (II) muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , placer les points A, B et M définis par leurs coordonnées

$$A(-6; -1), \quad B(-5; 7) \quad \text{et} \quad M(-2; 1).$$

1. Calculer $d(A, B)$; $d(B, M)$ et $d(A, M)$.
En déduire que le triangle ABM est rectangle.

2. On considère le point C symétrique de A par rapport à M et le point D symétrique de B par rapport à M.
Calculer les coordonnées de C et de D.
3. Quelle est la nature du quadruplet (A, B, C, D) ?
4. Soit α l'écart en degrés, de l'angle géométrique \widehat{ABM} .
Calculer $\tan \alpha$.
À l'aide d'une table trigonométrique déterminer un encadrement d'amplitude 1 pour α .