Brevet des collèges Lyon juin 1973

Exercice 1

A – f est l'application polynôme de **R** dans **R** définie par

$$f(x) = 4x^2 - 25 - (9 - x)(2x - 5)$$

1. Développer $f(x)$ et l'écrire sous la forme d'un polynôme réduit et ordonné.
2. Factoriser $f(x)$ en un produit de polynômes du 1er degré.
3. Calculer $f(-2)$; $f\left(\dfrac{4}{3}\right)$; $f\left(\sqrt{2}\right)$.
4. Résoudre dans l'ensemble des décimaux D, l'équation d'inconnue x :

$$f(x) = 0$$

B –

1. Soit g la fonction rationnelle de **R** dans **R** définie par

$$g(x) = \frac{(2x-5)(6x-8)}{(4x-10)(x+1)}$$

   a. Quel est l'ensemble de définition de g ? Simplifier $g(x)$.

   b. Résoudre dans **R** l'équation d'inconnue x : $g(x) = 1$.
2. Calculer $g\left(\sqrt{2} - 1\right)$; on écrira le résultat de telle sorte que le dénominateur soit un entier.
3. Sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ donner la valeur approchée à 10^{-1} près par défaut de
$g(\sqrt{2} - 1)$.
Remarque : Les parties A et B sont indépendantes.

Exercice 2

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, placer les points A, B, C et D définis par :

$$\overrightarrow{\text{OA}} = -\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} \quad ; \quad \overrightarrow{\text{OB}} = 4\vec{\imath} \quad ; \quad \overrightarrow{\text{OC}} = 4\vec{\imath} + 4\vec{\jmath} \quad ; \quad \overrightarrow{\text{OD}} = -\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$$

1. Démontrer que (A, B, C, D) est un parallélogramme.
2. Calculer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{\text{AE}} = 2\overrightarrow{\text{AB}}$. Placer le point E.

3. Calculer les coordonnées du point P pour que (B, C, P, D) soit un parallélogramme. Placer le point P.
4. Démontrer que les points P, C, E sont alignés.
5. Démontrer que le triangle (A, D, E) est un triangle rectangle.
6. $\mathcal{C}$ est le cercle circonscrit au triangle (A, D, E) ; quel est son centre et pourquoi ? Tracer le cercle $\mathcal{C}$.
7. Calculer le rayon du cercle $\mathcal{C}$.

N.B. - *On fera une figure complète et soignée.*