

~ Brevet d'Études du Premier Cycle ~

Lyon juin 1953

ALGÈBRE

A. P. M. E. P.

1. Déterminer les nombres a et b pour que le polynôme

$$x^3 + x^2 + ax + b$$

prenne la valeur 0 dans les deux cas suivants :

- a. quand on donne à x la valeur -1 ;
- b. quand on donne à x la valeur 2 .

2. Décomposer le polynôme

$$x^3 + x^2 - 4x - 4$$

en un produit de trois facteurs du premier degré.

Quelles sont les valeurs de x qui annulent ce polynôme?

3. Effectuer les opérations suivantes et simplifier le résultat obtenu :

$$\frac{x^2 + x^2 - 2x - 20}{x^2 - 4} - \frac{5}{x+2} + \frac{3}{x-2}.$$

4. On donne l'équation

$$(1) \quad \frac{x^2 + x^2 - 2x - 20}{x^2 - 4} = x + 1 + \frac{5}{x+2} + \frac{b}{x-2}.$$

Déterminer a et b pour que cette équation soit vérifiée par les nombres $x = 0$, $x = 1$.

Montrer que, si l'on remplace a et b par les valeurs trouvées, l'équation (1) devient une identité.

GÉOMÉTRIE

On construit un quart de cercle de centre O, limité par les deux rayons [OA], [OB] ($OA = OB = R$).

Soient M un point quelconque pris sur l'arc $\widehat{AB}$, H et H' les projetés de M sur (OA) et (OB), T le point où (OM) coupe la tangente en A au quart de cercle tracé.

1. Comparer les triangles OMH et OAT; en déduire la relation

$$(1) \quad OH \times OT = R^2.$$

2. La tangente en M coupe la droite (OA) en S.

Quelle est la relation existant entre OM, OH, OS?

Comparer les triangles OMS et OAT et en déduire une deuxième manière de démontrer la relation (1).

3. (TA) et (MS) se coupent en I.

Quelle est la position de la demi-droite [OI] par rapport à l'angle $\widehat{TOS}$?

Comment doit-on choisir la longueur OT pour que le rapport $\frac{IT}{IA}$ soit égal à un nombre donné k ?

Quelle sera la valeur du rapport $\frac{OH}{HA}$ dans ce cas?

4. On construit par M la parallèle à (AB), qui coupe (OA) et (OB) en A' et B'.

Calculer $\overline{MA'}^2$ et $\overline{MB'}^2$ en fonction respectivement de $\overline{MH}^2$ et $\overline{MH'}^2$ et démontrer que $\overline{MA'}^2 + \overline{MB'}^2$ conserve une valeur constante lorsque M décrit le quart de cercle.