∽ Brevet Lyon juin 1957 ∾

ALGÈBRE

Deux villes A et B sont distantes de 20 km et la route qui les joint passe par le village C situé à 4 km de la ville A.
Un cycliste, Paul, part de A à 10 heures et se dirige vers B. Mais, à 4 km de B, il s'aperçoit qu'il a perdu un colis attaché à son porte-bagages. Il fait demi-tour et retrouve ce colis à 12 km de A.
Il reprend alors la route pour la ville B, où il arrive à 11 h 45 min.

1. Quelle a été la vitesse de Paul, si l'on admet qu'il n'a eu aucun arrêt appréciable et qu'il a conservé une vitesse constante durant tout son trajet ?
2. Faites une représentation graphique de la marche de PAUL.

   On portera en abscisse le temps écoulé depuis le départ de Paul de la ville A en représentant 1 h par 8 cm. En ordonnée, on portera les distances à la ville A en prenant 1 cm pour 2 km.
3. Trouver les équations des mouvements de Paul représentés sur le graphique.
4. Un cycliste, Jean, part du village C à 10 heures et gagne la ville D d'un mouvement uniforme.

   Trouver à l'aide du graphique les heures auxquelles, s'il faisait 8 km à l'heure, il rencontrerait Paul ?
5. Jean aurait pu avoir une autre vitesse.

   Il aurait rencontré Paul un certain nombre de fois.

   Discuter du nombre des rencontres des deux cyclistes en faisant varier la vitesse de Jean de 4 km/h à 20 km/h.

GÉOMÉTRIE

1. Soit un segment [AB] de longueur égale à 8 cm.

   Construire les deux points C et D qui divisent ce segment dans le rapport $\dfrac{5}{3}$.

   $\left(\dfrac{\overline{\text{DA}}}{\overline{\text{DB}}} = -\dfrac{\overline{\text{CA}}}{\overline{\text{CB}}} = \dfrac{5}{3}\right)$.

   On désigne par O le milieu de [CD].

   Calculer CD et AO.

   Vérifier que
   $$\overline{\text{AC}} \cdot \overline{\text{AD}} = \overline{\text{AB}} \cdot \overline{\text{AO}}.$$
2. Soit M un point du cercle de diamètre [CD].

   (AM) recoupe le cercle en N.

   Montrer que les triangles ABM et AON sont semblables.

   Calculer le rapport $\dfrac{\text{MA}}{\text{MB}}$.

   Que peut-on dire de ce rapport lorsque M parcourt le cercle ?

3. On suppose que M est un point de contact d'une tangente au cercle menée par A.
   Que deviennent les propriétés de la question 2. ?
   Que peut-on dire du triangle AMB ?
4. Quelle propriété doivent posséder les deux triangles de la question 2. pour que (BM) et (ON) soient parallèles ?
   Établir une réciproque.
   Construire les points M et N dans ce cas.

N. B. - On fera la figure à l'échelle $\frac{1}{2}$.