Brevet des collèges Lyon juin 1974

ALGÈBRE

On considère la fonction polynôme f, de **R** dans **R**, définie par

$$f : x \longmapsto f(x) = (3x+5)^2 - (x-3)^2.$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$.
2. Mettre $f(x)$ sous la forme d'un produit de deux facteurs du premier degré en x.
3. Soit la fonction rationnelle, de **R** dans **R**, définie par

$$h : x \longmapsto h(x) = \frac{8x^2+36x+16}{(x+4)(4-4x)}.$$

   a. Donner l'ensemble de définition (ou existentiel) de h.

   b. Simplifier $h(x)$. On obtient $h_1(x)$.

   c. Résoudre dans **R** l'équation $h(x) = -\frac{7}{5}$.

   d. Calculer $h_1\left(-\frac{1}{2}\right)$ et $h\left(\sqrt{3}-2\right)$.

   e. On donne $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$.
   Calculer le meilleur encadrement que l'on peut en déduire pour $h\left(\sqrt{3}-2\right)$.
   Quelle est l'approximation avec laquelle ce résultat permet de donner une valeur approchée par défaut de $h\left(\sqrt{3}-2\right)$?

4. Résoudre dans **R** l'équation $h_1(x) = 1$.
   Construire dans ce repère les représentations graphiques des fonctions affines g_1 et g_2 définies par

$$g_1 : x \longmapsto g_1(x) = 2x+1 \quad \text{et} \quad g_2 : x \longmapsto gl(X) = 1-x.$$

   On obtient (d_1) et (d_2).
   Calculer les coordonnées du point d'intersection de (d_1) et (d_2).

N. B. - La cinquième question peut se traiter sans avoir résolu les autres.

GÉOMÉTRIE

$\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ est un repère orthonormé d'un plan (P).
Trois points sont donnés par leurs coordonnées dans ce repère

$$\text{A}(-2\,;\,2), \quad \text{B}(-3\,;\,-2) \quad \text{et} \quad \text{C}(6\,;\,0)$$

1. Placer les points A, B et C.

2. Calculer les distances $d(\text{A, B})$, $d(\text{A, C})$ et $d(\text{B, C})$.
   En déduire que le triangle (A, B, C) est rectangle.
3. Trouver une équation de la droite (D) passant par A et B.
   Soit K le point d'intersection de la droite (D) et de l'axe des ordonnées (c'est la droite passant par O et de direction $\overrightarrow{\jmath}$.
   Calculer les coordonnées dans le repère $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$ du point K. On trouve $(0\,;\,10)$.
4. Montrer que le triangle (A, C, K) est rectangle et isocèle.
5. Soit $(\mathcal{C})$ le cercle circonscrit au triangle (A, C, K).
   Déterminer, dans le repère $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$, les coordonnées du point I, centre de $(\mathcal{C})$, calculer le rayon de $(\mathcal{C})$ et montrer que O est élément de $(\mathcal{C})$.