

∞ Brevet des collèges Lyon juin 1975 ∞

Algèbre

1. Factoriser les fonctions polynômes f et g de \mathbf{R} dans \mathbf{R} définies par :

$$\begin{aligned} f(x) &= 4x^2 - 25 - x(2x - 5) \text{ et} \\ g(x) &= 2x^2 + 20x + 50 \end{aligned}$$

2. On considère la fonction rationnelle p de \mathbf{R} dans \mathbf{R} définie par :

$$p(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

- a. Donner son ensemble de définition \mathcal{E} .
 - b. Pour tout élément x de \mathcal{E} , donner une forme plus simple de $p(x)$.
 - c. Calculer $p(\sqrt{2})$.
Rendre le dénominateur rationnel.
 - d. Sachant que $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ déterminer un encadrement de $p(\sqrt{2})$, d'amplitude 0,1.
3. Résoudre dans \mathcal{E} les équations suivantes
- a. $p(x) = 0$;
 - b. $p(x) = 1$.
4. Dans un repère cartésien (O, \vec{i}, \vec{j}) représenter graphiquement les fonctions affines suivantes :
- $$\begin{array}{ccc} h: \mathbf{R} & \rightarrow & \mathbf{R} \\ x & \mapsto & 2x - 5 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} h: \mathbf{R} & \rightarrow & \mathbf{R} \\ x & \mapsto & 2(x + 5) \end{array}$$
- Utiliser cette représentation pour retrouver les résultats de la troisième question.
5. Déterminer la fonction $t \circ h$.

Géométrie

(O, \vec{i}, \vec{j}) est un repère orthonormé du plan.

Le point A et les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont donnés par leurs coordonnées ou composantes

$$A(5; 0), \quad \vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

1. Trouver les coordonnées des points B et C tels que :

$$\vec{AB} = 2\vec{u} \quad \text{et} \quad \vec{AC} = \vec{v}$$

et placer les points A, B, C sur un dessin.

2. On rappelle les coordonnées des points B et C :

$$B(1; 4), \quad C(-3; 4 - 3)$$

La distance de A et B est notée $d(A, B)$.

Calculer : $d(A, B)$; $d(A, C)$ et $d(B, C)$.

Montrer que les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires.

3. Quelles sont les coordonnées du point M, milieu du segment [B, C] ?

Construire le point D tel que M soit le milieu du segment [A, D].

Donner les coordonnées de D, les vérifier par le calcul.

Montrer que les droites (BD) et (CD) sont perpendiculaires.

Quelle est la nature du quadruplet (A, B, C, D) ?

4. Construire par le point E tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AD}$.

Démontrer que les points C, D et E sont alignés.

5. Soit α l'écart angulaire de l'angle géométrique \widehat{BAD} .

Calculer $\tan \alpha$.

Donner un encadrement de α d'amplitude un degré en utilisant le tableau suivant, extrait d'une table trigonométrique.

α en degrés	sinus	cosinus	tangente
25	0,423	0,906	0,466
26	0,438	0,899	0,488
27	0,454	0,891	0,510
28	0,469	0,883	0,532