

## 🌀 Brevet Lyon juin 1976 🌀

### Algèbre

On considère les applications polynômes de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  définies par

$$f: \begin{cases} \mathbb{R} & \rightarrow \mathbb{R} \\ x & \mapsto f(x) = 4x^2 - 1 - (2x - 1)(x + 6). \end{cases}$$

$$g: \begin{cases} \mathbb{R} & \rightarrow \mathbb{R} \\ x & \mapsto g(x) = (x - 5)(2x - 3) + x^2 - 25. \end{cases}$$

1. Développer, réduire et ordonner  $f(x)$  et  $g(x)$ .
2. Factoriser  $f(x)$  et  $g(x)$ .
3. On pose  $m(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ .  
Donner l'ensemble de définition de  $m(x)$ , puis simplifier  $m(x)$ .
4. Résoudre les équations suivantes dans le domaine de définition de  $m(x)$

$$m(x) = 0, \quad \text{puis} \quad m(x) = 1.$$

5. Faire dans un repère orthonormé du plan, la représentation graphique des droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$  d'équations respectives

$$(d_1) \quad y = 2x - 1,$$

$$(d_2) \quad y = 3x + 2.$$

Quel est le point d'intersection de ces deux droites?

6. Donner la valeur décimale approchée par défaut d'ordre 2 de  $m(\sqrt{2})$ .

On donne  $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ .

Aurait-on pu répondre si l'on avait donné  $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ ?

Pourquoi?

### Géométrie

Dans un plan euclidien muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  les points A et B sont définis par leurs coordonnées  $A(2; 4)$  et  $B(3; 1)$ .  
Le point C est défini par  $\overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OA} - 3\overrightarrow{OB}$ .

1. Calculer les coordonnées du point C.
2. Déterminer l'équation de la hauteur  $h$  issue de A du triangle ABC.  
Vérifier que le point O appartient à cette droite.
3. Démontrer que le couple des coordonnées du point H intersection de  $h$  et de la droite (BC) est  $(1; 2)$ .

4. Démontrer que l'on a

$$\|\overrightarrow{HA}\| = \|\overrightarrow{HO}\| = \|\overrightarrow{HB}\|.$$

En déduire que le triangle (OCA) est isocèle et que le triangle (OBA) est isocèle rectangle en B.

5. Soit K le milieu de (B, C).

Démontrer que K appartient au cercle de centre H et de rayon HB.

6. Démontrer que le quadrilatère (A, B, O, K) est un carré.

**N. B.** La connaissance des coordonnées de H suffit pour répondre aux questions 4. 5. et 6.