

🎀 Brevet Lyon juin 1976 🎀

Algèbre

On considère les applications polynômes de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définies par

$$f: \begin{cases} \mathbb{R} & \rightarrow \mathbb{R} \\ x & \mapsto f(x) = 4x^2 - 1 - (2x - 1)(x + 6). \end{cases}$$

$$g: \begin{cases} \mathbb{R} & \rightarrow \mathbb{R} \\ x & \mapsto g(x) = (x - 5)(2x - 3) + x^2 - 25. \end{cases}$$

1. Développer, réduire et ordonner $f(x)$ et $g(x)$.
2. Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.
3. On pose $m(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.
Donner l'ensemble de définition de $m(x)$, puis simplifier $m(x)$.
4. Résoudre les équations suivantes dans le domaine de définition de $m(x)$

$$m(x) = 0, \quad \text{puis} \quad m(x) = 1.$$

5. Faire dans un repère orthonormé du plan, la représentation graphique des droites (d_1) et (d_2) d'équations respectives

$$(d_1) \quad y = 2x - 1,$$

$$(d_2) \quad y = 3x + 2.$$

Quel est le point d'intersection de ces deux droites?

6. Donner la valeur décimale approchée par défaut d'ordre 2 de $m(\sqrt{2})$.

On donne $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$.

Aurait-on pu répondre si l'on avait donné $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$?

Pourquoi?

Géométrie

Dans un plan euclidien muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) les points A et B sont définis par leurs coordonnées A(2; 4) et B(3; 1).
Le point C est défini par $\overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OA} - 3\overrightarrow{OB}$.

1. Calculer les coordonnées du point C.
2. Déterminer l'équation de la hauteur h issue de A du triangle ABC.
Vérifier que le point O appartient à cette droite.
3. Démontrer que le couple des coordonnées du point H intersection de h et de la droite (BC) est (1; 2).

4. Démontrer que l'on a

$$\|\overrightarrow{HA}\| = \|\overrightarrow{HO}\| = \|\overrightarrow{HB}\|.$$

En déduire que le triangle (OCA) est isocèle et que le triangle (OBA) est isocèle rectangle en B.

5. Soit K le milieu de (B, C).

Démontrer que K appartient au cercle de centre H et de rayon HB.

6. Démontrer que le quadrilatère (A, B, O, K) est un carré.

N. B. La connaissance des coordonnées de H suffit pour répondre aux questions 4. 5. et 6.