∽ Brevet Lyon juin 1987 ∾

Première partie : dominante numérique

Les quatre exercices sont indépendants

1. Calculer $A = 4 \times 5^3 + (-2)^4$ en faisant apparaître les étapes du calcul. 431
2. Calculer $B = -\dfrac{4}{3} - \dfrac{3}{2} \times 5 + \dfrac{1}{4}$ et $C = \dfrac{\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{5}}{\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3}}$.

   On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.
3. On considère les nombres réels

   $$x = 2\sqrt{11} - 6 \quad \text{et} \quad y = 2\sqrt{11} + 6.$$

   Calculer $x + y$, $x - y$, xy.

   On ne demande pas de valeurs approchées.
4. On trace un triangle ABC rectangle en B tel que AB = 5 cm et BC = 9 cm.

   On place un point M sur le segment [BC] et on construit le rectangle ABMN.

   a. En appelant x la longueur BM, donner l'aire du rectangle ABMN.

   b. Comment choisir BM = x pour que l'aire du rectangle ABMN soit les $\dfrac{2}{3}$ de l'aire du triangle ABC ?

Deuxième partie : dominante géométrique

Les deux exercices sont indépendants

1. **a.** Construire un triangle OAB tel que OA = 5 cm ; OB = 4 cm ; AB = 3 cm.

   b. Démontrer que le triangle OAB est rectangle.

   c. D est le point symétrique de A par rapport à B. C est le point symétrique de O par rapport à B.

   Placer ces deux points sur la figure.

   Démontrer que le quadrilatère OACD est un losange.
2. **a.** Construire un triangle EFG tel que

   $$\widehat{\text{FEG}} = 50° \ ; \quad \text{EF} = 10 \text{ cm} \ ; \quad \text{EG} = 8,8 \text{ cm}.$$

   b. Placer le point M milieu du segment [EF] et le point N milieu du segment [EM].

   Tracer la parallèle à la droite (FG) passant par N, elle coupe la droite (EG) en P.

   c. Calculer $\dfrac{\text{EP}}{\text{EG}}$ puis EP.

Problème

Les applications affines f et g de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ sont définies par

$$f(x) = 2x + 3 \qquad ; \qquad g(x) = -x + 1.$$

1. Le plan est rapporté à un repère orthonormé (on prendra pour unité 3 cm).
Représenter graphiquement f et g sur papier millimétré.
On appelle (D) la représentation graphique de f et (D') celle de g.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$:
   a. l'équation $g(x) = f(x)$,
   b. l'inéquation $g(x) < f(x)$.
   Interpréter graphiquement la solution trouvée en a. puis celles trouvées en b.
3. On considère l'expression

$$P(x) = (2x+3)^2 - (1-x)^2.$$

   a. Développer, réduire et ordonner $P(x)$.
   b. Factoriser $P(x)$.
   c. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.
   Pourquoi la solution de l'équation $g(x) = f(x)$ est-elle une solution de l'équation $P(x) = 0$?