

œ Brevet d'Études du Premier Cycle œ

Lyon septembre 1954

ALGÈBRE

I.

Établir l'identité

$$(x + y)^2 - (x - y)^2 = 4xy.$$

II.

1. On donne le système

$$\begin{cases} xy = 36, \\ x - y = 5. \end{cases}$$

Calculer $x + y$, puis x et y .

2. Soient un cercle de centre O, de rayon 5 cm, T un de ses points.

On marque sur la tangente en T un point A tel que $TA = 6$ cm.

Une sécante menée par A coupe le cercle en P et Q de façon que le triangle OPQ soit équilatéral.

Calculer AP et AQ.

3. On mène par A une deuxième sécante, ARS.

Le milieu I de [RS] est tel que $AI = 6,25$ cm.

Calculer les mesures des segments [RS], [AR] et [AS].

GÉOMÉTRIE

On considère un triangle ABC dans lequel l'angle \hat{B} est le double de l'angle \hat{C} .

La bissectrice intérieure de l'angle \hat{B} coupe en D le côté [AC] et en E le cercle circonscrit au triangle ABC.

On pose $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$.

1. Que peut-on dire du quadrilatère BAEC?

Écrire toutes les égalités de segments de la figure formée par les cinq points A, B, C, D, E.

Montrer sans construction nouvelle que $\frac{DA}{DC} = \frac{c}{a}$.

2. Démontrer la similitude des triangles ABC et ADB.

En déduire les expressions de DA et DC en fonction de a , b , c .

3. En utilisant le fait que D est sur le segment [AC], montrer qu'il existe une relation entre a , b , c .

4. b et c étant donnés, on calcule a à l'aide de la relation précédente.

Quelles inégalités doivent vérifier b et c pour qu'il existe un triangle dont les côtés ont pour mesure les trois nombres a , b , c ?