Brevet d'Études du Premier Cycle Lyon septembre 1956

ALGÈBRE

On considère un trapèze rectangle ABCD

$$\left(\widehat{\text{A}} = \widehat{\text{D}} = 1 \text{ droit}\right)$$

tel que AB = 4 cm ; CD = 6 cm ; AD = 5 cm.
Soit M un point de [AD] ; on pose AM = x.

1. Évaluer :
   a. l'aire y_1 du triangle ABM ;
   b. l'aire y_2 du triangle MCD ;
   c. l'aire y_3 du triangle BMC.
2. Représenter sur un même graphique les variations des trois fonctions obtenues, M ne pouvant se déplacer qu'entre A et D.
3. Déterminer x de façon que les triangles ABM et MCD soient équivalents (solution graphique et solution algébrique).

GÉOMÉTRIE

Étant donnés trois points A, B, C alignés et dans cet ordre, on considère le demi-cercle de diamètre [BC] et de centre O, et une sécante variable (AMN) passant par A et coupant le demi-cercle en M et N.
Par O on mène la demi-droite [Ox) perpendiculaire à (BC) en O et coupant le demi-cercle.
[Ox) est coupée en P par (CM) et en Q par (CN).

1. Démontrer que les quatre points B, O, P, M sont sur un même cercle.
   En déduire que

   $$\text{CO} \cdot \text{CB} = \text{CM} \cdot \text{CP}.$$

2. Démontrer que les quatre points B, O, Q, N sont sur un même cercle.
   En déduire que

   $$\text{CO} \cdot \text{CB} = \text{CN} \cdot \text{CQ}.$$

3. En considérant les deux égalités précédentes, montrer que les quatre points M, N, P, Q sont sur un même cercle.
4. La demi-droite [Ox) coupe le demi-cercle en D.
   Montrer que

   $$\overline{\text{CD}}^2 = \text{CO} \times \text{CB}.$$

   Montrer que les cercles circonscrits aux triangles MPD et NQD sont tangents en D à la droite (CD).