

∞ Brevet d'Études du Premier Cycle ∞

Lyon septembre 1958

ALGÈBRE

1. Vérifier l'identité

$$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy.$$

2. L'aire d'un rectangle est 588 m^2 et la longueur x surpasse la largeur y de 7 mètres.
À l'aide de l'identité précédente, déterminer le demi-périmètre p du rectangle.
3. Calculer la longueur des côtés x et y et celles des diagonales de ce rectangle.
4. En donnant à p la valeur trouvée, représenter sur un même graphique la fonction $y = x - 7$ et $y = p - x$.
Retrouver à l'aide du graphique les dimensions du rectangle.

GÉOMÉTRIE

Deux cercles \mathcal{C} de centres O et \mathcal{C}' de centre O' sont tangents extérieurement en A.
Soient (AT) la tangente commune intérieure et (MN) une tangente commune extérieure qui touche le cercle \mathcal{C} en M et le cercle \mathcal{C}' en N.
(AT) et (MN) se coupent en P.

1. Comparer la longueur des segments [PM], [PA] et [PN].
Montrer que le triangle MAN est rectangle.
2. On trace le diamètre [MR] du cercle \mathcal{C} et le diamètre [NS] du cercle \mathcal{C}' .
Montrer que les points R, A, N sont alignés, ainsi que les points S, A, M.
Nature du quadrilatère NMRS.
3. Démontrer la relation

$$MN^2 = MR \times NS.$$

Calculer la longueur des côtés et l'aire du quadrilatère NMRS dans le cas où les diamètres de \mathcal{C} et \mathcal{C}' mesurent respectivement 9 cm et 4 cm.