Brevet des collèges Lyon septembre 1968

ENSEIGNEMENT LONG ET ENSEIGNEMENT COURT

ALGÈBRE

On considère l'expression algébrique

$$A(x) = (x-y)\left(x^2+xy+y^2\right).$$

1. Effectuer l'opération et écrire $A(x)$ sous forme d'un polynôme réduit.
2. Le polynôme obtenu est-il homogène ? Justifier votre réponse.
3. Utiliser les résultats obtenus précédemment pour mettre l'expression $B(x) = x^3-8$ sous forme d'un produit de deux facteurs.
4. Mettre sous forme d'un produit de deux facteurs l'expression

$$C(x) = (2x-3)(x+1)^2+6x+9.$$

5. Simplifier l'expression $E(x) = \dfrac{B(x)}{C(x)}$.
   Cette simplification est-elle toujours possible ? Si oui, dire pourquoi.
6. Soit $E_1(x)$ l'expression obtenue après simplification de $E(x)$.
   Pour quelle valeur de x l'expression $E_1(x)$ n'est-elle pas définie ?
   Pour quelle valeur de x a-t-on $E_1(x) = 0$?
   Pour quelle valeur de x a-t-on $E_1(x) = 1$?

GÉOMÉTRIE

Soit ABC un triangle équilatéral de côté a.

1. Quel doit-être en fonction de a le rayon d'un cercle de centre C pour que ce cercle soit tangent à [AB] ?
   On appellera M le point de tangence.
2. De A, on abaisse la perpendiculaire [AH] à (BC).
   Elle coupe le cercle de centre C et de rayon CM en deux points P et Q, P étant situé entre A et H.
   Déterminer la valeur du produit AP · AQ en fonction de a.

3. On prolonge [HA] d'un segment [HA$'$] tel que HA$'$ = HA.

De A$'$ on mène les perpendiculaires A$'$R au prolongement de [AB] et A$'$S au prolongement de [AC].

Montrer que A$'$R = A$'$H = A$'$S.

En conclure que les points R, H, S sont situés sur un même cercle, dont on précisera le centre et le rayon, et que. ce cercle est tangent à (BC) et aux prolongements de [AB] et [AC].

4. Déterminer en fonction de a la puissance du point A$'$ par rapport au cercle de centre C et de rayon CM.