

œ Brevet Lyon septembre 1978 œ

Algèbre

Partie A

Soit le polynôme

$$A(x) = x^2 + 25 - 10x - 4(x-2)^2.$$

1. Développer, réduire et ordonner $A(x)$.
2. Écrire $A(x)$ sous la forme d'un produit de polynômes du premier degré.
3. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation d'inconnue $x : A(x) = 0$.

Partie B

Soit F la fonction rationnelle définie par

$$F(x) = \frac{6x^2 - 18x}{(-x-1)(3x-9)}.$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de F . Soit \mathcal{D} cet ensemble.
2. Simplifier $F(x)$ dans \mathcal{D} .
3. Calculer $F\left(-\frac{3}{2}\right)$; $F(\sqrt{3})$.
Donner une écriture de $F(\sqrt{3})$ ne comportant pas de radical au dénominateur.
4. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation d'inconnue $x : F(x) = 1$.
5. **a.** Dans un repère orthonormé, représenter graphiquement les fonctions h et g de \mathbb{R} dans \mathbb{R} telles que

$$h(x) = -2x \quad \text{et} \quad g(x) = x + 1.$$

- b.** Résoudre la conjonction d'équations :

$$\begin{cases} 2x + y = 0 \\ x - y = -1. \end{cases}$$

Quel lien peut-on établir avec la question B - 4.?

Géométrie

Dans un repère orthonormé $(\omega, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points :

$$A(-2; 2) ; \quad B(1; 5) ; \quad C(3; -3)$$

1. Calculer les composantes des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{BC} .
2. Démontrer que les points ω , A , C sont alignés.
3. **a.** Calculer les distances $d(A, B)$, $d(A, C)$ et $d(B, C)$.

- b.** Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
- 4.**
 - a.** Déterminer les coordonnées du point I milieu de [BC].
 - b.** Calculer les coordonnées du point D symétrique du point A par rapport au point I.
- 5.** Démontrer que (A, B, D, C) est un rectangle.
- 6.** α est la mesure en degrés de l'angle géométrique \widehat{ABC} .
 - a.** Déterminer $\tan \alpha$.
 - b.** Trouver la valeur approchée à un degré près par défaut de α en utilisant le tableau suivant, extrait d'une table trigonométrique :

α en degrés	tangente
57	1,540
58	1,600
59	1,664
60	1,732
61	1,804

Remarque : on fera une figure soignée.